

# 変形ウラン原子核衝突の相対論的流体模 型による解析

指導教官 宮村 修 教授

広島大学理学部物理学科ハドロン物理学研究室

0872027

本田英司

# 目次

1	要約	3
2	序論	4
2.1	高エネルギー原子核衝突	4
2.2	変形ウラン原子核	5
2.3	座標軸のとり方	5
2.4	ウラン原子核の当て方	6
3	計算の仕組み	8
3.1	相対論的流体模型	8
3.1.1	相対論的流体模型とは	8
3.1.2	流体方程式とバリオン数保存則	8
3.1.3	状態方程式	9
3.1.4	数値シミュレーション	10
3.2	初期条件	13
3.2.1	イベント・ジェネレータ URASiMA	13
3.2.2	作成した初期条件の概説	13
3.2.3	換算前の初期条件	18
3.2.4	$\epsilon, n_B$ から $T, \mu$ への換算	26
3.2.5	分布を滑らかにする操作	27
3.3	粒子分布の計算方法	27
3.3.1	freeze-out	27
3.3.2	$v_2$ とは何か	28
3.3.3	$v_2$ の具体的な計算方法	30
4	結果と考察	33

4.1	初期条件 . . . . .	33
4.2	エネルギー密度 $\epsilon$ とバリオン数密度 $n_B$ の時間変化 . . . . .	33
4.3	baryon flow の時間発展 . . . . .	34
4.4	粒子の方位角分布および $v_2$ への寄与の時間変化 . . . . .	39
4.5	freeze-out hypersurface 内部の圧力の時間変化 . . . . .	40
4.6	$v_2$ の振る舞い . . . . .	44
4.6.1	$v_2$ の振る舞いの概観 . . . . .	44
4.6.2	$v_2$ の衝突径数 $b$ による変化 . . . . .	44
4.6.3	$v_2$ の入射エネルギーによる変化 . . . . .	46
4.6.4	$v_2$ の衝突のさせ方による変化 . . . . .	47
4.6.5	まとめ . . . . .	48
5	結論	54
6	謝辞	55

# Chapter 1

## 要約

今回の研究においては、ラグビーボール状に変形したウラン原子核が衝突する様子の時間発展を相対論的流体模型と呼ばれるモデルで計算した。また、球形の原子核が衝突する場合についても同様に相対論的流体模型で計算した。そして両者を比較した。

具体的には、静止標的に対して入射する原子核のエネルギー  $E_{lab}$  は 2 種類 (10, 20 [GeV/nucleon])、衝突径数は 9 種類 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8[fm])、衝突のさせ方は 3 種類 (tip-tip, body-body, sphere-sphere)(2.4参照) を考えて、これら三つの要素 (入射エネルギー・衝突径数・衝突のさせ方) の全ての組合せ  $2 \times 9 \times 3 = 54$  種類の初期条件を作成し、それぞれについて、系の時間発展の様子を計算させた。

その結果、計算の初期時刻における衝突点でのエネルギー密度とバリオン数密度として、tip-tip 衝突、sphere-sphere 衝突、body-body 衝突の順に大きな値を用いて計算をすると、その後の時刻でも衝突点でのエネルギー密度とバリオン数密度はこの順位を保ったまま時間発展することが確認された。

また、衝突後、高温高密度領域から放出される粒子の量を調べた結果、粒子の放出の量が方角によって異なることが確認された。また、その理由は、高温高压な participant と呼ばれる領域の内部での圧力勾配が方角によって異なることと、participant の両脇にある spectator と呼ばれる部分が participant からの粒子の流れを遮蔽する効果の強さによって説明できるのではないかと推論した。

# Chapter 2

## 序論

### 2.1 高エネルギー原子核衝突

長年にわたり、「もうこれ以上分解できない究極的な要素」を探求する努力が継続されている。その結果、現在では、物質はクォークとレプトン、そして、それらの間に働く力を媒介するグルーオンと呼ばれる何種類かの粒子によって構成されていると考えられている。

そのようなクォークやグルーオンの系を記述するための理論が量子色力学 (QCD) と呼ばれる理論である。この理論によれば、系が低温低密度下にあるときには、クォークは単独で存在できず、二つあるいは三つで組をつくって存在するとされている。このように、数個のクォークが組になったものをハドロンと呼ぶ。

しかし QCD によると、クォーク間の相互作用はそれを媒介するグルーオンの波長が短い程弱く、波長が長い程強いとされている。系が高温・高密度状態にあるときは波長の短いグルーオンが相互作用に関与するので、このとき、クォーク間の相互作用は弱い。そのため、高温高密度状態では、クォークはハドロンとしてでなく、単独のクォークとして自由に飛び回ると考えられる。このようにクォークが各々自由に飛び回る状態を、クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) と呼ぶ。

さて、現在も盛んに行われている高エネルギー原子核衝突実験は、原子核を高速に加速したのち衝突させることで、衝突した場所の近くに高温高密度状態をつくり出し、QGP を起こそうとするものである。このような実験は CERN(欧州合同原子核研究機関) の SPS や、BNL(ブルックヘブン国立研究所) の AGS で行なわれてきた。間もなく稼働する BNL の RHIC では、より高いエネルギーで原子核を衝突させる実験が行なわれる。

さて近年 collective flow (高エネルギー原子核衝突実験において衝突後に生じた粒子の集団的流れ) についての研究が盛んに行なわれている。collective flow を解析すること

により、核物質の状態方程式が解明されることが期待されている。そのため、collective flow の解析は QGP 生成のシグナルを探る有用な手段であると考えられている。しかし、現在のところ QGP 生成を示す決定的な兆候は見つかっていない。

そこで、ここでは相対論的な流体模型を用いて変形ウラン原子核の衝突が衝突後に生じる高温・高密度状態の解析に有効であるのか検証する。

## 2.2 変形ウラン原子核

この研究の重点は、上述の高エネルギー原子核衝突で、球形ではなく変形した原子核を衝突させた場合、球形のものを衝突させる場合に比べて、単なる重ね合わせ描像をこえたどのような時空発展の違いが生ずるかを調べるというものである。この論文ではその変形した原子核として、ウラン原子核を用いた。

ウラン原子核は完全な球形ではなく、長軸 1 本、短軸 2 本をもつ、ラグビーボールの様な形状をした回転楕円体である。

その短軸の長さ  $R_t$  と、長軸の長さ  $R_c$  は、原子核の変形定数  $\delta$  を使って、式 (2.1)(2.2) のように見積もられる [1]。

$$R_t = R_s \left(1 - \frac{1}{3}\delta\right) \quad (2.1)$$

$$R_c = R_s \left(1 + \frac{2}{3}\delta\right) \quad (2.2)$$

上の式の中の  $R_s$  は、同じ数の核子を持つが楕円体でなく球形をしていると仮定した場合のウラン原子核の半径である。この  $R_s$  は、原子核の核子数  $A$  を用いて、式 (2.3) のように見積もられる。

$$R_s[\text{fm}] = 1.2A^{\frac{1}{3}} \quad (2.3)$$

今ウラン原子核の核子数 238 を式 (2.3) に代入すると、 $R_s \sim 7.4[\text{fm}]$  を得る。

またウラン原子核の変形定数は  $\delta \simeq 0.27$ (葉巻型) である [2] ので、短軸および長軸の長さはそれぞれ、 $R_c \sim 8.7[\text{fm}]$ 、 $R_t \sim 6.7[\text{fm}]$  となる。

## 2.3 座標軸のとり方

この論文での議論に用いられる座標系を定義しておく。

$x, y, z$  の座標軸のとり方は、図 2.1 のようにする。この論文では衝突を重心系で見た場合の描像で議論するものとし、図 2.1 のように、二つの原子核がそれぞれ、 $z$  軸に平行に走って来て、ちょうど原点で衝突するように座標軸を取る。

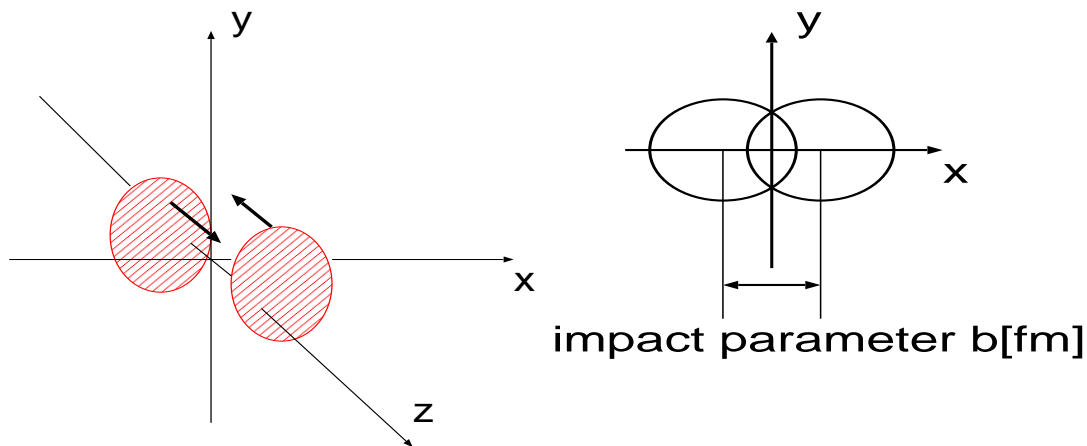


Figure 2.1:  $x,y,z$  の座標軸のとり方

そのため、 $z$  軸は原子核の運動方向に平行にとる。さらに、二つの原子核の中心同士を結ぶ線分を考え、 $z$  軸はこの線分と交わるようにとる。さて、このようにすると、この線分と  $z$  軸とで平面が定義される (この平面を「反応面」と呼ぶ)。この平面内に  $x$  軸をとる。 $x$  軸は  $z$  軸に垂直に、図 2.1 の様にとる。最後に  $y$  軸を反応面に垂直に図 2.1 の様にとる。

図 2.1 の右で、両原子核が重なりあっている領域の核子を participant と呼び、その両脇の重なりあっていない領域の核子を spectator と呼ぶ。

## 2.4 ウラン原子核の当て方

完全に球形の物体同士を衝突させる場合には、それらの球の中心の間隔 (これを衝突径数  $b$  といい、両原子核の中心間の距離 [fm] で表す) を指定すれば、どのように衝突したか完全に確定する。

しかし、ウラン原子核の場合は前述の通り完全な球形をしておらず、ラグビーボール状に変形しているため、二つのウラン原子核を衝突させることを考えるとき、色々な当て方があると分かる。

ウラン原子核の当て方は衝突径数  $b$  を指定するのみでは完全には確定しない。なぜなら、同じ衝突径数であっても、長軸の向く方角が違えば、当て方は異なるからである。このように様々な当て方が考えられるウラン-ウラン原子核衝突において、最も違いのあられる二つの特別な当て方を考える。一方を tip-tip 衝突と呼び、他方を body-body 衝突と呼ぶ。

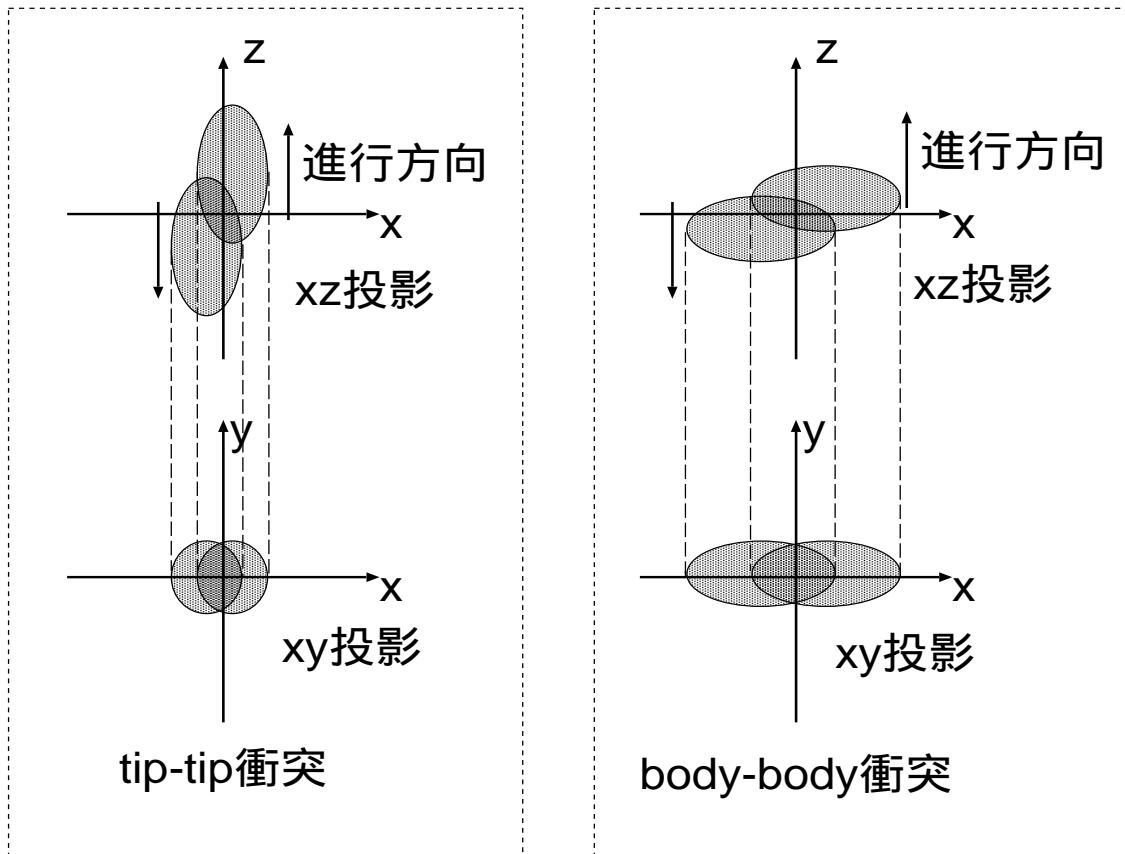


Figure 2.2: tip-tip 衝突と body-body 衝突の説明図

tip-tip 衝突とは、図 2.2左のように、両方のウラン原子核が長軸に平行に運動して、尖った先端の方で衝突するものである。なお、図 2.2左では分かりやすくするために、原子核の長さが  $z$  方向に沿って長いように描いてあるが、実際は原子核が高エネルギーで運動しているため Lorentz 短縮を受け、もっと  $z$  軸方向に圧縮された形状となっている。

body-body 衝突とは、図 2.2右のように、両方のウラン原子核が短軸に平行に運動して、長軸が  $x$  軸に平行になるように衝突するというものである。

また、この研究では比較のために、 $^{238}\text{U}$  の 238 個の核子が楕円体でなく、球状にまとまったものを仮定し、その球状のもの同士の衝突も考える。このような衝突を sphere-sphere 衝突と呼ぶ。



# Chapter 3

## 計算の仕組み

### 3.1 相対論的流体模型

#### 3.1.1 相対論的流体模型とは

高エネルギーの原子核が衝突する様子の時間発展を調べるための計算は、相対論的流体模型によって行う。

相対論的流体模型とは、衝突後の系で局所熱平衡が成り立っているとし、その系に相対論的な流体力学の方程式を適用し、系の時間発展を計算しようというものである。

具体的には、ある時刻における物理量のみを用いて、微小時間  $\Delta t$  後の物理量 (温度  $T$  など) を計算できるように流体方程式を変形しておき、それを用いて微小時間  $\Delta t$  後の物理量を計算する操作を繰り返す。これによって、系の物理量の時間変化を調べられる。

#### 3.1.2 流体方程式とバリオン数保存則

相対論的流体模型の計算で使われる方程式をここで示す。

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 : \text{流体方程式} \quad (3.1)$$

$$\text{但し、} T^{\mu\nu} \equiv (\epsilon + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu} \quad (3.2)$$

$$\partial_\mu \{n_B(T, \mu)u^\mu\} = 0 : \text{バリオン数保存則} \quad (3.3)$$

$$\text{但し、四元速度 } u^\mu \equiv \left( \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_x}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_y}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{v_z}{\sqrt{1-v^2}} \right) \quad (3.4)$$

$$\text{また、} v \equiv \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (3.5)$$

ただし、 $\epsilon$  はエネルギー密度、 $p$  は圧力、 $v_x, v_y, v_z$  は三次元的な速度、 $n_B$  はバリオン数密度をあらわす。

### 3.1.3 状態方程式

状態方程式の定義式

上記の流体方程式は、方程式の数が式 (3.1) で 4 本、式 (3.3) で 1 本の計 5 本ある。

対して、未知変数の数は、 $\epsilon, p, v_x, v_y, v_z, n_B$  で、6 個ある。

よって、未知変数の数に方程式が足りず、更にもう 1 本の方程式が必要である。このため、状態方程式を導入する。

この研究では、状態方程式として、系がすべてハドロンの構成されていると仮定したものをを用いた。

さて、系に存在するハドロンの内、boson の熱力学的ポテンシャルは、

$$\Omega_B = \frac{Vn}{2\pi^2\beta} \int_0^\infty k^2 \ln(1 - e^{-\beta E(k)}) dk \quad (3.6)$$

で与えられ、fermion 及び antifermion の熱力学的ポテンシャルは、

$$\Omega_F = -\frac{Vn}{2\pi^2\beta} \int_0^\infty k^2 \left[ \ln(1 + e^{-\beta(E(k)-\mu)}) + \ln(1 + e^{-\beta(E(k)+\mu)}) \right] dk \quad (3.7)$$

で与えられる。ただし、 $V$  は系全体の体積、 $n$  は、考えている粒子の自由度、 $\beta \equiv \frac{1}{T}$ 、 $T$  は温度、 $k$  は波数ベクトル、 $E(k)$  は、エネルギーである。

これらの熱力学的ポテンシャル  $\Omega$  を使って状態方程式は、

$$p = -\frac{\Omega}{V} \quad (3.8)$$

と表される。但し、 $p$  は圧力である。今は、沢山の種類の boson 及び、fermion 及び、antifermion よりなる系を想定しているため、各々の boson 及び、fermion 及び、antifermion の熱力学的ポテンシャルの寄与を足し合わせたものを  $p$  として用いる。

例えば、boson が 2 種類、fermion と antifermion がそれぞれ 3 種類あるとすると、2 種類の boson の熱力学ポテンシャルとして、 $\Omega_{B1}, \Omega_{B2}$  があり、3 種類の fermion と antifermion の熱力学ポテンシャルとして、 $\Omega_{F1}, \Omega_{F2}, \Omega_{F3}$  がある。よって  $p$  はそれぞれの寄与を足し合わせて、

$$p = -\frac{\Omega_{B1}}{V} - \frac{\Omega_{B2}}{V} - \frac{\Omega_{F1}}{V} - \frac{\Omega_{F2}}{V} - \frac{\Omega_{F3}}{V} \quad (3.9)$$

のように計算されるという具合である。

また、このようにして得た  $p$  の式を基に、

$$\text{エントロピー密度; } s = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mu, V}, \quad (3.10)$$

$$\text{バリオン数密度; } n_B = \left( \frac{\partial p}{\partial \mu} \right)_{T, V}, \quad (3.11)$$

$$\text{エネルギー密度; } \epsilon = Ts - p + \mu n_B \quad (3.12)$$

といった熱力学量も得られる。

系に存在するハドロンの種類について

式 (3.8) の状態方程式を計算するためには、上で述べたように、系に存在する各々のハドロンの寄与を加え合わせなければならない。

今回の研究で使用した状態方程式には、質量が  $2[\text{GeV}/c^2]$  以下で、かつ、存在することがよく確認されている粒子の寄与を入れた。

質量が  $2[\text{GeV}/c^2]$  以下という制限をつけるのには理由がある。一つは、質量  $m$  が大きいと、式 (3.6)(3.7) の  $E(k) \equiv \sqrt{m^2 + k^2}$  が大きくなり、 $e^{-\beta E(k)} \sim 0$  となってあまり式全体の値に影響を及ぼさなくなる。そしてもう一つ、質量が重い粒子は不安定ですぐに質量の小さい粒子に崩壊してしまうという理由がある。

表 3.1、表 3.2 に、今回の状態方程式に寄与している粒子の一覧を示す。

### 3.1.4 数値シミュレーション

この研究では (3+1) 次元の流体方程式を円柱対称性のような対称性を仮定せずに解いている。そのため衝突径数が 0 でない場合の変形ウラン原子核を衝突させた場合の解析も詳細に行なうことが可能である。よって、ここではより具体的にその数値計算の方法について述べる。

格子点座標  $x, y, z$

この研究で用いている相対論的流体模型の計算を行なうプログラムでは、格子点の位置が固定されておらず、時間変化するという Lagrange 流の定式化を用いる。つまり、初期時刻で、直方体がびっしりと規則正しく並んだような格子から計算を始めても、時間経過と共に格子は次第にいびつな形へと変形していく。

さて、 $x$  方向に数えて  $i$  番目、 $y$  方向に数えて  $j$  番目、 $z$  方向に数えて  $k$  番目の位置にある格子点 (以下、単に格子点  $(i, j, k)$  と書く) の、ある時刻  $t$  での座標  $x^m(t, i, j, k)$  (但

粒子名	質量 [MeV]	粒子名	質量 [MeV]	粒子名	質量 [MeV]
p	938	N(1650)	1650	$\Delta(1620)$	1620
n	938	N(1675)	1675	$\Delta(1700)$	1700
N(1440)	1440	N(1680)	1680	$\Delta(1905)$	1905
N(1520)	1520	N(1720)	1720	$\Delta(1910)$	1910
N(1535)	1535	$\Delta(1232)$	1232	$\Delta(1950)$	1950

Table 3.1: 状態方程式に寄与している baryon(fermion) の一覧

粒子名	質量 [MeV]	粒子名	質量 [MeV]	粒子名	質量 [MeV]
$\pi^\pm, \pi^0$	140	$f_1$	1285	$\phi$	1680
$K^\pm, K^0$	493	$\eta$	1295	$\rho_3$	1690
$\eta$	547	$\pi$	1300	$\rho$	1700
$\rho$	770	$a_2$	1320	$\pi$	1800
$\omega$	782	$f_0$	1370	$\phi_3$	1850
$\eta'$	958	$\omega, f_1$	1420	$K^*$	892
$f_0$	980	$\eta$	1440	$K_1$	1270
$a_0$	980	$a_0$	1450	$K_1$	1400
$\phi$	1020	$\rho$	1450	$K_2^*, K_0^*$	1430
$h_1$	1170	$f_0$	1500	$K^*$	1680
$b_1$	1235	$f_2'$	1525	$K_2$	1770
$a_1$	1260	$\omega$	1600	$K_3^*$	1780
$f_2$	1270	$\omega_3, \pi_2$	1670	$K_2$	1820

Table 3.2: 状態方程式に寄与している meson(boson) の一覧

し  $m = 1, 2, 3$ ) と、微小時間  $\Delta t$  が経過した  $t + \Delta t$  での座標  $x^m(t + \Delta t, i, j, k)$  とを結びつける式は次の通りである。

$$x^m(t + \Delta t, i, j, k) = x^m(t, i, j, k) + v^m(t, i, j, k)\Delta t \quad (3.13)$$

ここで、 $v^m(t, i, j, k)$  は、格子点  $(i, j, k)$  における三次元的な速度である。

三次元的な速度  $v_x, v_y, v_z$

時刻  $t$  と  $t + \Delta t$  での、格子点  $(i, j, k)$  における三次元的な速度  $v^m(t, i, j, k)$  と  $v^m(t + \Delta t, i, j, k)$  (但し  $m = 1, 2, 3$ ) を結びつける式は次の通りである。

$$\begin{aligned} v^m(t + \Delta t, i, j, k) &= v^m(t, i, j, k) + \frac{\partial v^m(t, i, j, k)}{\partial t} \Delta t \\ &+ \sum_{n=1}^3 \frac{\partial v^m(t, i, j, k)}{\partial x^n} (x^n(t + \Delta t, i, j, k) - x^n(t, i, j, k)) \end{aligned} \quad (3.14)$$

ここで、 $\frac{\partial v^m(t, i, j, k)}{\partial t}$  と  $\frac{\partial v^m(t, i, j, k)}{\partial x^n}$  は、式 (3.1)、(3.2) より求めたものを代入する。

温度  $T$  および化学ポテンシャル  $\mu$

時刻  $t$  での、格子点  $(i, j, k)$  における温度  $T(t, i, j, k)$  と化学ポテンシャル  $\mu(t, i, j, k)$  と、 $t + \Delta t$  での  $T(t + \Delta t, i, j, k)$  と  $\mu(t, i, j, k)$  (但し  $m = 1, 2, 3$ )、を結びつける式は次の通りである。

$$T(t + \Delta t, i, j, k) = T(t, i, j, k) + \frac{A}{\Delta_{s, n_B}} \left\{ \frac{\partial n_B}{\partial \mu} s(T, \mu) - \frac{\partial s}{\partial \mu} n_B(T, \mu) \right\} \Bigg|_{T=T(t, i, j, k), \mu=\mu(t, i, j, k)} \quad (3.15)$$

$$\mu(t + \Delta t, i, j, k) = \mu(t, i, j, k) + \frac{A}{\Delta_{s, n_B}} \left\{ \frac{\partial n_B}{\partial T} n_B(T, \mu) - \frac{\partial s}{\partial T} s(T, \mu) \right\} \Bigg|_{T=T(t, i, j, k), \mu=\mu(t, i, j, k)} \quad (3.16)$$

$$\Delta_{s, n_B} = \left( \frac{\partial s(T, \mu)}{\partial T} \frac{\partial n_B(T, \mu)}{\partial \mu} - \frac{\partial s(T, \mu)}{\partial \mu} \frac{\partial n_B(T, \mu)}{\partial T} \right) \Bigg|_{T=T(t, i, j, k), \mu=\mu(t, i, j, k)} \quad (3.17)$$

$$\text{ただし、} A = \frac{u^t(t, i, j, k) d\sigma^t(t, i, j, k)}{u^t(t + \Delta t, i, j, k) d\sigma^t(t + \Delta t, i, j, k)} - 1 \quad (3.18)$$

ここで、 $u^t$  は四元速度の時間成分、 $s$  はエントロピー密度、 $n_B$  はバリオン数密度である。

## 3.2 初期条件

### 3.2.1 イベント・ジェネレータ URASiMA

前述の流体方程式・状態方程式に初期条件を与えてはじめて計算できる。この初期条件とは、計算の初期時刻（この研究では衝突後 6[fm/c] としている）における、各格子点の座標  $(x, y, z)$ [fm]、温度  $T$ [MeV]、化学ポテンシャル  $\mu$ [MeV]、流速  $(v_x, v_y, v_z)$  である。

流体方程式・状態方程式はこれらの初期時刻における物理量を用いて、微小時間  $\Delta t$  経過後の物理量を計算する。

この初期条件を生成するために、数あるイベント・ジェネレータの一つである URASiMA の計算結果を考慮に入れる。URASiMA は、粒子同士の衝突による新たな粒子の生成なども考慮した粒子の運動理論によって微小時間  $\Delta t$  経過後の各粒子の位置と運動量を計算する操作を繰り返すことで、粒子系の時間発展の様子を追うことができる。

### 3.2.2 作成した初期条件の概説

#### 基準となる URASiMA による計算

URASiMA では計算時間がかかりすぎるため、URASiMA では、最小限の計算を行なうにとどめた。具体的には URASiMA によって、静止標的  $^{238}\text{U}$  に入射原子核として、球状のウラン原子核  $^{238}\text{U}$  を当てるとき (2.4で述べた sphere-sphere 衝突の場合) の入射粒子のエネルギーが核子あたり 10[GeV] である場合の計算を衝突径数 0[fm] と 6[fm] の二つの場合で行なった。なお、この論文では、単に「入射エネルギー」というときは、静止原子核に入射原子核が衝突するように見える系で観測した場合の入射原子核のエネルギーを指すものとする。

URASiMA で計算した初期条件を図 3.1から図 3.3に示す。図 3.1と図 3.2を見比べると、バリオン数密度とエネルギー密度の分布の形状はとても似ていることが分かる。また、図 3.3をみると、流速が大きいのは spectator であり、participant は衝突による減速のため流速が小さくなっている様子が分かる。

#### 今回作成した初期条件

そして、上述の二つの場合の URASiMA による計算結果を再現するような初期条件を作成するプログラムを新たに作成した。これは、粒子衝突の運動理論等については全く考えておらず、単に、エネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$ 、流速  $v_x, v_y, v_z$  の分布の

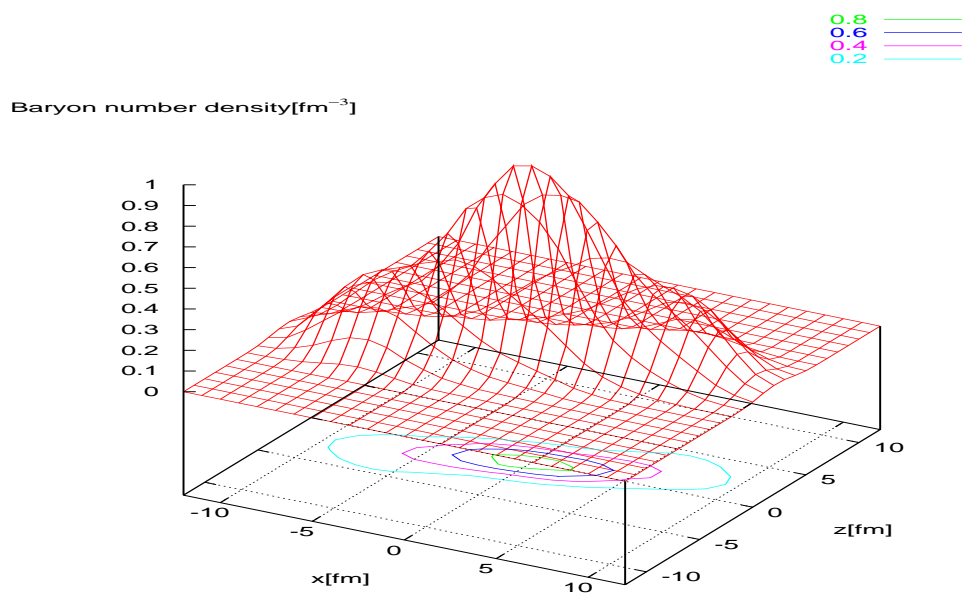
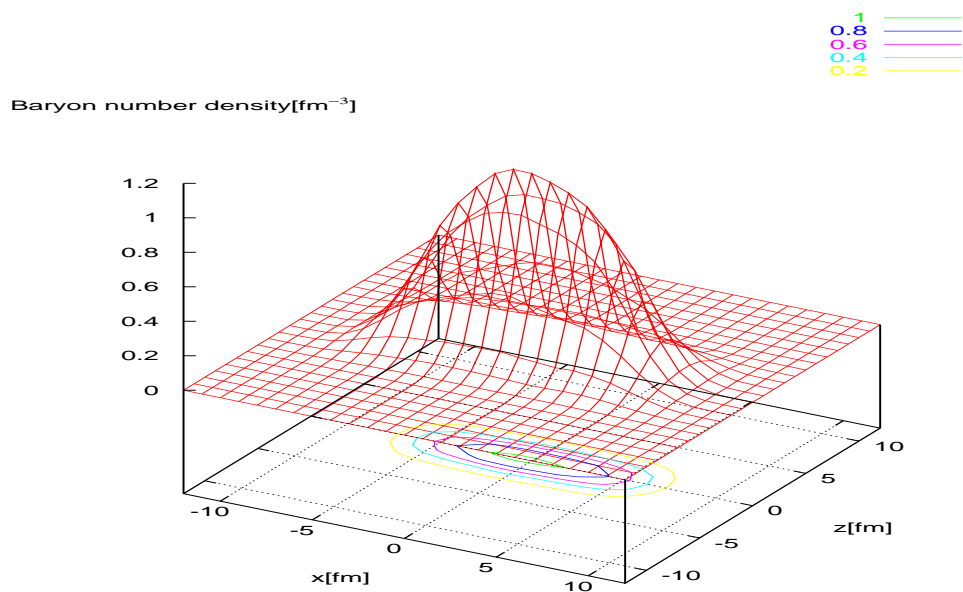


Figure 3.1: 入射エネルギー 10[GeV/nucleon]、球状原子核、衝突径数 0[fm](上)、衝突径数 6[fm](下) の条件からの URASiMA の計算結果 (衝突後 6[fm/c] の様子) のバリオン数密度 [fm<sup>-3</sup>] を y=0 面上で図示したもの

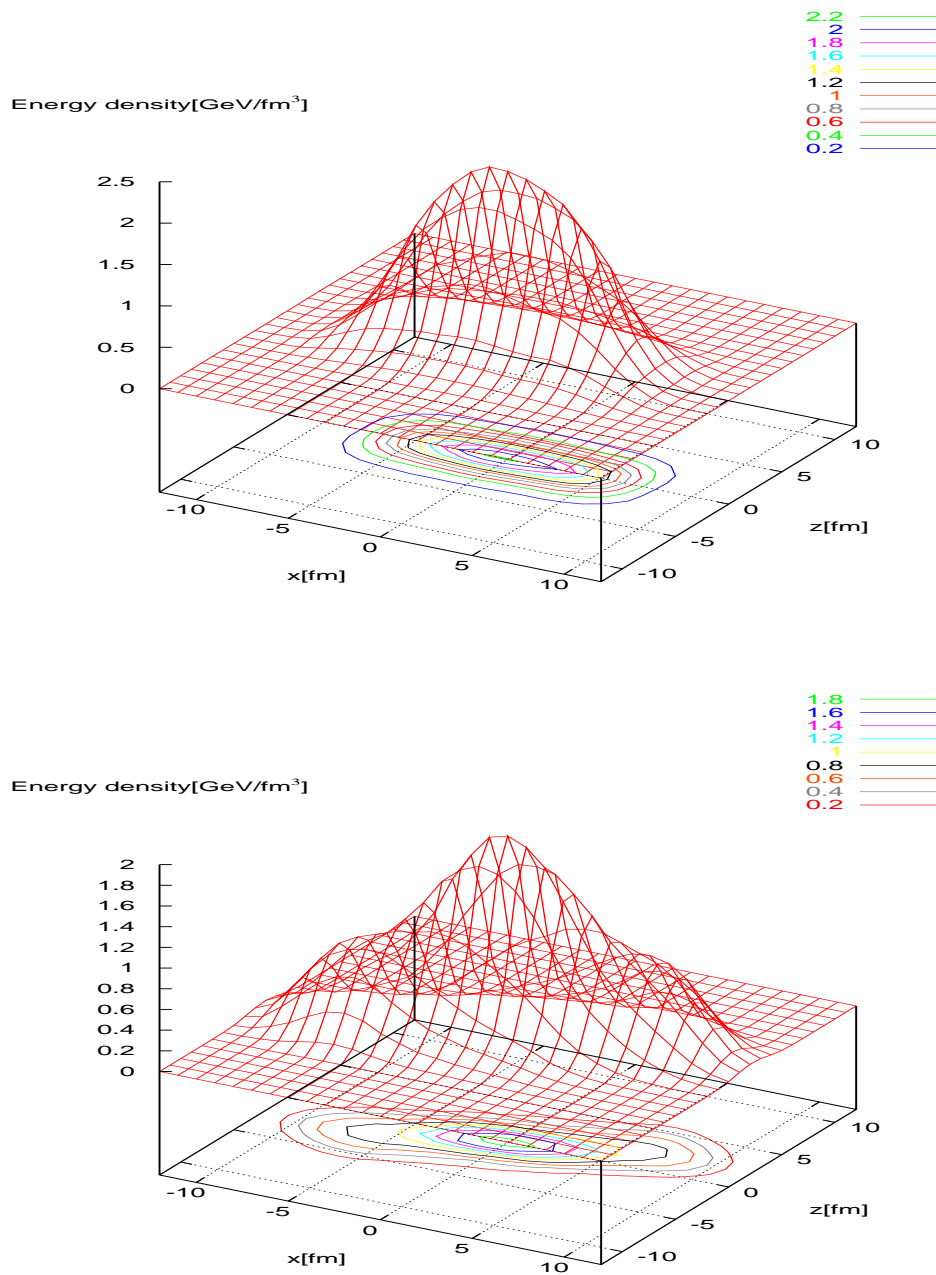


Figure 3.2: 入射エネルギー 10[GeV/nucleon]、球状原子核、衝突径数 0[fm](上)、衝突径数 6[fm](下) の条件からの URASiMA の計算結果 (衝突後 6[fm/c] の様子) のエネルギー密度 [ $\text{GeV}/\text{fm}^3$ ] を  $y=0$  面上で図示したもの。図 3.1 のバリオン数密度の分布と形がよく似ている



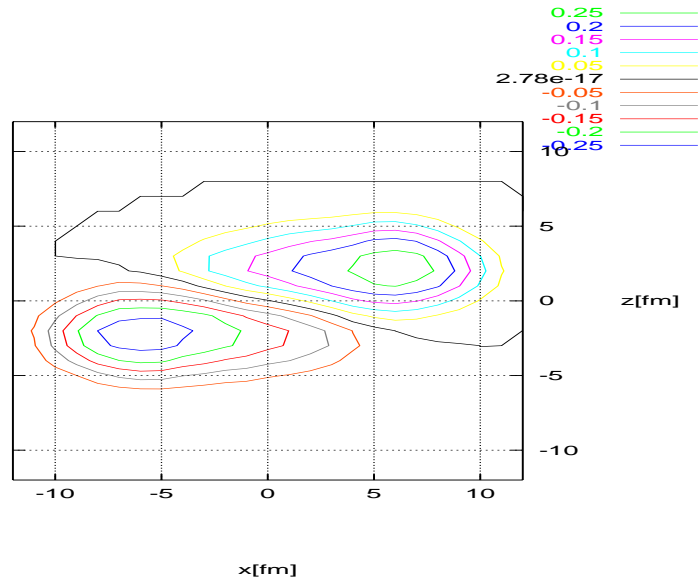
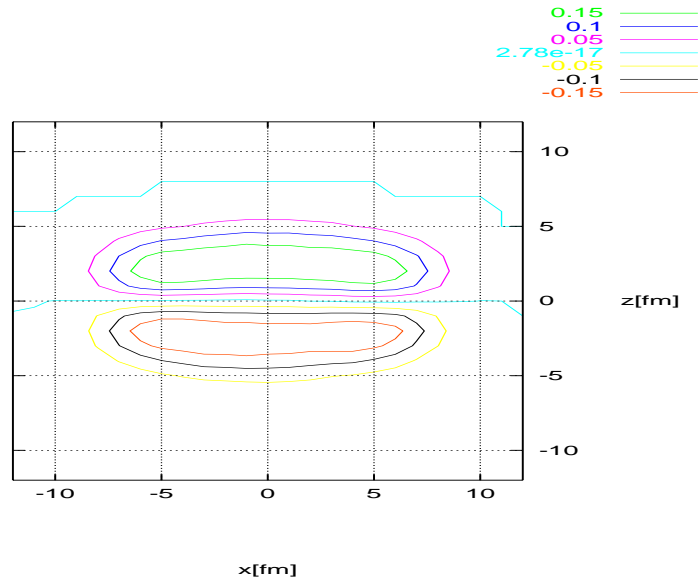


Figure 3.3: 入射エネルギー 10[GeV/nucleon]、球状原子核、衝突径数 0[fm](上)、衝突径数 6[fm](下) の条件からの URASiMA の計算結果 (衝突後 6[fm/c] の様子) の流速の z 成分を  $y=0$  面上で図示したもの

形状が URASiMA の出した結果に似るようにガウス分布の山を配置するというものである。

相対論的流体模型では、系が局所熱平衡に達している必要があることは既に述べた。このため、相対論的流体模型に与える初期条件は、衝突した後、原子核が通過して、衝突点の近くに高温高密度状態が出現し局所熱平衡に達したと思われる時刻での系の様子を与える。今回はその時刻を衝突後 6[fm/c] とした。その根拠は、URASiMA による計算で、二つの原子核が、互いに浸透し合い、重なり合う体積が最も大きくなる時刻が衝突後約 6[fm/c] であったことである。

衝突径数 0,6[fm] 以外の場合の初期条件の計算方法を簡単に述べておく。エネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$ 、流速  $v_x, v_y, v_z$  のそれぞれの分布の形状については、幾何学的な考察によって妥当と思われる分布を作成した。それらの分布の高さはエネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$  の場合は、衝突の中心領域で高さ 1 を持つようにし、流速  $v_x, v_y, v_z$  については spectator の中心で高さ 1 を持つようにした。そして、それに分布の最大値を掛ける。

例えば、エネルギー密度  $\epsilon$  を例にとれば、分布を高さ 1 にしてある中心領域でのエネルギー密度の値を掛ける。ここでかける最大値は衝突径数 0[fm] と 6[fm] での URASiMA の計算結果から得た最大値を内挿して衝突径数に依存させる。また、この分布の形状および最大値は、衝突径数のみならず、入射エネルギーと原子核の形状 (今回は楕円体の様に変形した原子核を扱う。また、Lorentz 短縮によっても原子核は変形する) にも依存させる。

以上のようにして、URASiMA に似るように作成されたエネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$ 、流速  $v_x, v_y, v_z$  のそれぞれの空間的分布が計算される。

しかし、相対論的流体模型の計算を行なうプログラムは初期条件として、各格子点の座標  $(x, y, z)$ [fm]、温度  $T$ [MeV]、化学ポテンシャル  $\mu$ [MeV]、流速  $(v_x, v_y, v_z)$  を要求するように作ってあるので、エネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$  の組から、温度  $T$ [MeV]、化学ポテンシャル  $\mu$ [MeV] に換算する。

換算後の分布が滑らかでなく、急激に変化する場合、相対論的流体模型の計算を行なうプログラムでは、計算のひずみが大きく、正常に計算されないので、このように換算された分布の急激に変化する部分を滑らかにする。

こうして滑らかにされた各格子点の座標  $(x, y, z)$ [fm]、温度  $T$ [MeV]、化学ポテンシャル  $\mu$ 、流速  $(v_x, v_y, v_z)$  を初期条件として、実際に流体模型の計算を行なうプログラムに渡して計算させる。

衝突のさせ方	$R_x$ [fm]	$R_y$ [fm]	$R_z$ [fm]
tip-tip	6.7	6.7	8.7
sphere-sphere	7.4	7.4	7.4
body-body	8.7	6.7	6.7

Table 3.3: 衝突のさせ方を制御する  $R_x, R_y, R_z$  の与え方

### 初期条件の作成を制御するパラメータ

今回の研究では、入射エネルギー  $E$ [GeV/nucleon]、衝突径数  $b$ [fm]、衝突のさせ方 (tip-tip, body-body, sphere-sphere) をそれぞれ変えて、3.2.3で詳述する式によって初期条件を作成する。

衝突のさせ方は 2.2 および 2.4 での議論を参考に、静止時の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  それぞれの軸の方向への原子核の半径を  $R_x, R_y, R_z$  を表 3.3 の様に変化させることで与える。

### 3.2.3 換算前の初期条件

エネルギー密度  $\epsilon$ 、バリオン数密度  $n_B$ 、流速  $(v_x, v_y, v_z)$  の式を書くと、次のようになる。

$$\epsilon(x, y, z) = \epsilon_{max} B(x, y, z) \quad (3.19)$$

$$n_B(x, y, z) = n_{B_{max}} B(x, y, z) \quad (3.20)$$

$$v_x(x, y, z) = 0 \quad (3.21)$$

$$v_y(x, y, z) = 0 \quad (3.22)$$

$$v_z(x, y, z) = v_{Bj}(z) B_v(x, y, z) \quad (3.23)$$

これから、この式について詳述する。

#### $\epsilon, n_B$ の分布

$\epsilon, n_B$  の分布 (3.19)(3.20) は、それぞれの最大値  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  以外は全く同じ式となっている。これは、URASiMA の結果では  $\epsilon$  と  $n_B$  の分布の形状がとてもよく似ていて、分布の山の高さのみ異なっている事に従ったものである。その分布の形状を決める  $B(x, y, z)$  は、participant 部中心での値が 1 になるように  $C$  で割っており、これに  $\epsilon$  と  $n_B$  の participant 部中心での値  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  をかけて、URASiMA の結果に合うようにする。

分布の形状  $B(x, y, z)$  まずは、分布の形状を決める部分  $B(x, y, z)$  について説明する。  
 $B(x, y, z)$  は participant 部中心での値が 1 になるように  $C$  で割ってある。

$$\begin{aligned}
B(x, y, z) = & \frac{1}{C} \left[ 0.7 \exp \left( -\frac{x_k^2(x-x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y-y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z-z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2} \right) \right. \\
& + 0.7 \exp \left( -\frac{x_k^2(x+x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y+y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z+z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2} \right) \\
& \left. + \exp \left( -\frac{x_k^2(x+x_{cp})^2}{\sigma_{px}^2} - \frac{y_k^2(y+y_{cp})^2}{\sigma_{py}^2} - \frac{z_k^2(z+z_{cp})^2}{\sigma_{pz}^2} \right) \right] \\
& : \epsilon, n_B \text{の分布の形状を決める関数}
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\begin{aligned}
C = & 0.7 \exp \left( -\frac{x_k^2 x_{cs}^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2 y_{cs}^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2 z_{cs}^2}{\sigma_{sz}^2} \right) \\
& + 0.7 \exp \left( -\frac{x_k^2 x_{cs}^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2 y_{cs}^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2 z_{cs}^2}{\sigma_{sz}^2} \right) \\
& + \exp \left( -\frac{x_k^2 x_{cp}^2}{\sigma_{px}^2} - \frac{y_k^2 y_{cp}^2}{\sigma_{py}^2} - \frac{z_k^2 z_{cp}^2}{\sigma_{pz}^2} \right) \\
& : B(0, 0, 0) = 1 \text{ になるようにするための定数。}
\end{aligned} \tag{3.25}$$

式 (3.24) では、participant 部の寄与として  $(0, 0, 0)$  に中心をもつ楕円体一つを置き、その両脇に spectator 部の寄与として楕円体を配置したものである。spectator 部の楕円体を表現する指数関数の式には係数 0.7 を掛けている。これは、URASiMA の結果の図 3.1下、図 3.2下を見ると、participant 部に比べて spectator 部の  $\epsilon$  と  $n_B$  の値が小さくなっているためである。

participant 部の楕円体 まずは、participant 部の中心座標は、

$$x_{cp} = y_{cp} = z_{cp} = 0 \tag{3.26}$$

としている。これは、二つの原子核がちょうど原点で衝突することを考えれば、両原子核の重なり合う部分 (participant 部) を表現する楕円体は原点を中心にするのが妥当と思われるからである。

また、 $x, y, z$  それぞれの方向へガウス分布の山をどの程度緩やかに落すかを制御する指数  $\sigma_{px}, \sigma_{py}, \sigma_{pz}$  は、

$$\sigma_{px} = 0.7 \left( R_s - \frac{b}{2} \right) \tag{3.27}$$

$$\sigma_{py} = 0.7 \sqrt{R_s^2 - \frac{b^2}{4}} \tag{3.28}$$

$$\sigma_{pz} = 2.5 z_{cs} \tag{3.29}$$

としている。

まず  $x$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{px}$  は、図 3.4 左のように participant 部の最大幅が  $R_s - \frac{b}{2}$  となることを根拠としている。係数の 0.7 は URASiMA の結果に合うように掛けたものである。

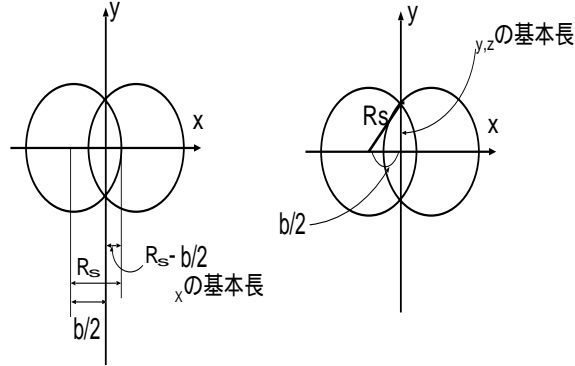


Figure 3.4:  $\sigma_{px}, \sigma_{py}$  の見積りの説明図

$y$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{sy}$  は、図 3.4 右で、三平方の定理によって、基本となる長さは  $\sqrt{R_s^2 - \frac{b^2}{4}}$  となる。これを URASiMA の計算結果に近づけるために、0.7 を掛けている。

また、participant はもともと二つの原子核に分かれていた部分が合わさったもので、その  $z$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{sz}$  は、原子核の  $z$  方向の速さを反映したようなものでなければならない。ここでは spectator の  $z$  座標  $z_{cs}$  ( $z$  方向の速度に依存する) を基準にとり、それに係数 2.5 を掛けたものにしてている。この係数は分布が URASiMA の計算結果に合うようにとった。

spectator 部の楕円体 spectator 部の楕円体の中心座標  $x_{cs}, y_{cs}, z_{cs}$  は、

$$x_{cs} = \frac{R_x}{2} + \frac{b}{4} \quad (3.30)$$

$$y_{cs} = 0 \quad (3.31)$$

$$z_{cs} = 6\beta - \frac{R_z}{\gamma} \quad (3.32)$$

としている。

まず、spectator 部の楕円体の中心の  $x$  座標  $x_{cs} = \frac{R_x}{2} + \frac{b}{4}$  は、図 3.5 左のように spectator の全幅として  $R_x + \frac{b}{2}$  が求められるので、spectator の中心の  $x$  座標はこの中央としたものである。

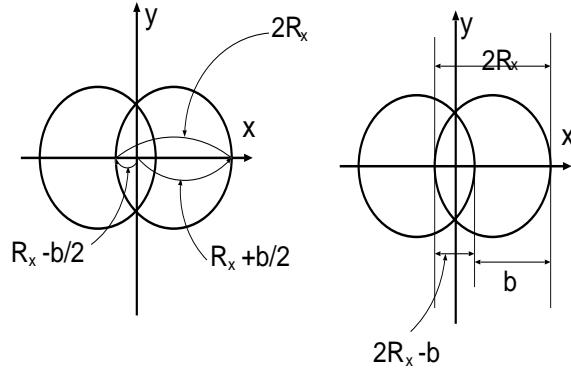


Figure 3.5: spectator の中心の  $x$  座標  $x_{cs}$  の見積り (左) と  $x$  方向のガウス分布の落とし方  $\sigma_{sx}$  の見積り (右) の説明図

spectator 部の楕円体の中心の  $y$  座標  $y_{cs}$  は図 3.5 をみると、0 とするのが妥当である。

spectator 部の楕円体の中心の  $z$  座標  $z_{cs} = 6\beta - \frac{R_z}{\gamma}$  は、原子核の先端の  $z$  座標から  $z$  方向の Lorentz 短縮した半径を引くことで得られる。いま、初期条件は衝突後 6[fm/c] 後の系の状態を再現したものとするのでその時の原子核の先端の  $z$  座標は、速度  $\beta$  に経過時間 6[fm/c] を掛けて  $6\beta$  となる。また、Lorentz 短縮した  $z$  方向の半径は  $\frac{R_z}{\gamma}$  なので、spectator 部の楕円体の中心の  $z$  座標は  $6\beta - \frac{R_z}{\gamma}$  となる。

また、 $x, y, z$  それぞれの方向へガウス分布の山をどの程度緩やかに落すかを制御する指数  $\sigma_{sx}, \sigma_{sy}, \sigma_{sz}$  は、

$$\sigma_{sx} = 1.3 \left( \frac{b}{2} - 0.001 \right) \quad (3.33)$$

$$\sigma_{sy} = \begin{cases} R_s & (b \geq R_s) \\ \sqrt{2R_s b - b^2} + 0.001 & (b < R_s) \end{cases} \quad (3.34)$$

$$\sigma_{sz} = 0.7\sigma_{sy} \quad (3.35)$$

としている。

$x$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{sx}$  は、図 3.5 右の様に spectator の幅を  $b$  と見積ってその半分  $\frac{b}{2}$  を基本の長さとし、それに 1.3 を掛けた。1.3 を掛けるのは URASiMA の計算結果に合わせるためである。式 (3.33) で 0.001 を引いているのは、 $b = 0$  の場合でも  $\sigma_{sx}$  が 0 にならないようにするためである。 $\sigma_{sx}$  は式 (3.24) 等で分母に入るものなのでこれが 0 になると都合が悪い。

$y$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{sy}$  と、 $z$  方向のガウス分布の落とし方を決める定数  $\sigma_{sz}$  は、図 3.6 の様に、衝突径数  $b$  が  $^{238}\text{U}$  が球状とした場合の原子核半径  $R_s$  よ

り長いか短いかで分けている。

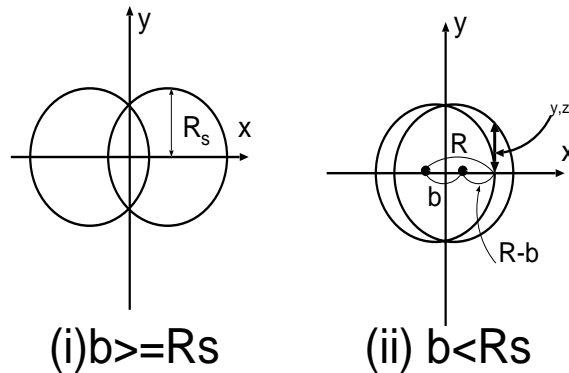


Figure 3.6:  $\sigma_{sy}, \sigma_{sz}$  の見積りの説明図

変形尺度  $x_k, y_k, z_k$  変形した楕円体を配置するための基本思想は、球状を仮定して作った分布関数を状況に応じて  $x, y, z$  それぞれの方向に伸縮させ、それをそれぞれ適切な位置に配置するというものである。

そのため、ガウス分布の落とし方を決める定数の式では原子核が球状であると仮定したときの半径  $R_s$  を用いている。これは、初め球状のものを計算して、その後伸縮させるという考え方によっている。この伸縮の度合を決めるのが、変形尺度の式 (3.36) である。

$x$  方向、 $y$  方向、 $z$  方向それぞれの方向の原子核の変形尺度  $x_k, y_k, z_k$  は、原子核が球状であると仮定したときの半径  $R_s$  (式 (2.3)) と、実際の原子核の  $x, y, z$  それぞれの方向の半径  $R_x, R_y, \frac{R_z}{\gamma}$  の比で表す。ここで、 $z$  方向の半径は Lorentz 短縮していることを表現するため Lorentz 因子  $\gamma$  で割っている。

$$\begin{aligned} x_k &= \frac{R_s}{R_x} \\ y_k &= \frac{R_s}{R_y} \\ z_k &= \frac{R_s \gamma}{R_z} \end{aligned} \quad (3.36)$$

対して、楕円体の中心座標の式では、実際の半径  $R_x, R_z$  を用いている。なぜなら、spectator の中心は、図 (3.5) 右のように、原子核の実際の半径の影響を受けるものなので、その定義式は当然、球状とした場合の原子核半径  $R_s$  で表現されうるものではないからである。

衝突径数 $b$ [fm]	バリオン数密度の分布の最大値 $n_{B_{max}}$ [fm <sup>-3</sup> ]	エネルギー密度の分布の最大値 $\epsilon_{max}$ [GeV/fm <sup>3</sup> ]
0	1.07	2.23
6	0.93	1.97

Table 3.4: URASiMA の計算による  $n_{B_{max}}$  と  $\epsilon_{max}$  の値

分布の最大値  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  分布の最大値  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  には、衝突径数  $b$ 、入射エネルギー、原子核の当て方 (tip-tip, body-body, sphere-sphere)、変形原子核と球状原子核の体積の違いの影響を取り込んである。

$$\epsilon_{max} = (-4.33 \times 10^{-2}b + 2.23) \times T \times J \quad (3.37)$$

$$n_{B_{max}} = (-2.33 \times 10^{-2}b + 1.07) \times T \times J \quad (3.38)$$

$$b[\text{fm}] : \text{衝突径数} \quad (3.39)$$

この分布の最大値も URASiMA を基準とする。URASiMA では、球状原子核を入射エネルギー核子あたり 10[GeV/nucleon] で衝突させる状況を考え、衝突径数  $b = 0, 6$ [fm] の二通りを計算した。

衝突径数  $b$  に対する依存性 まず、URASiMA で計算した衝突径数  $b = 0$  と 6[fm] の場合の分布の最大値をみると、表 3.4 の様になるので、これを直線で結んで  $n_{B_{max}}$  及び  $\epsilon_{max}$  の  $b$  依存性の式とした。これが式 (3.37)、(3.38) から  $T \times J$  を除いた部分である。

体積比  $T$  変形した原子核を任意の入射エネルギーで衝突させると、変形原子核の影響および Lorentz 短縮により、URASiMA の計算の条件 (球状原子核が入射エネルギー 10[GeV/nucleon] で Lorentz 短縮した状態) での体積とは違った体積を持つようになる。このように URASiMA で行なった計算の場合と異なった体積を持つ場合、それにより、原子核内のバリオンがより小さい体積に押し込められたり、あるいは、より大きい体積に広がって存在するようになるであろう。

それにより、当然バリオン数密度 (それにともなってエネルギー密度) は変化するはずなので、これを式 (3.40) の体積比で表現する。これは、分子に URASiMA の計算の場合での体積  $\frac{R_s}{r_{10}}$  を、分母に任意の形状の原子核が任意の入射エネルギーを持つ状態での



体積  $\frac{R_x R_y R_z}{\gamma}$  を置いて比をとったものである。

$$T = \frac{R_s^3 \gamma}{R_x R_y R_z \gamma_{10}} : \text{体積比} \quad (3.40)$$

$$R_s = 7.4[\text{fm}] : {}^{238}\text{U} \text{ が球状とした場合の原子核半径} \quad (3.41)$$

$$R_x, R_y, R_z[\text{fm}] : \text{それぞれ静止状態の原子核の } x \text{ 方向、} y \text{ 方向、} z \text{ 方向の半径} \quad (3.42)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} : \text{重心系での入射・標的両原子核の Lorentz 因子} \quad (3.43)$$

$$\gamma_{10} = 2.41 : \text{入射エネルギーが核子あたり } 10[\text{GeV}] \text{ の場合の } \gamma \quad (3.44)$$

このようにすると、URASiMA での計算と同じ条件 (球状原子核、入射エネルギー 10[GeV/nucleon]) の場合、 $T = 1$  となり、これを掛けても分布の最大値  $n_{B_{max}}$  及び  $\epsilon_{max}$  への影響はない。しかし、大きい入射エネルギーによって、原子核がより強く Lorentz 短縮を受けて URASiMA の計算の場合より原子核体積が小さくなった場合、 $T > 1$  となり、分布の最大値が増加するように働く。

通過時間尺度  $J$  原子核が互いに浸透して通過するのに要する時間が長い程、participant 部で活発に相互作用が起るため、衝突点の近くの領域により多くのエネルギーを残していく効果があると考えられる。これを表現するために式 (3.45) の通過時間尺度  $J$  を導入した。通過時間は単純に原子核の衝突軸方向 ( $z$  軸方向) の直径を速度  $\beta$  で割ったもの  $\frac{2R_z}{\beta}$  を用いた。これを URASiMA での計算の場合 (球状原子核、入射エネルギー 10[GeV/nucleon]) の場合、 $\frac{2R_s}{\beta_{10}}$  で割ったものを式 (3.45) の通過時間尺度  $J$  とした。

$$J = \frac{R_z \beta_{10}}{R_s \beta} : \text{通過時間比} \quad (3.45)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{E^2 - m^2}}{E + m} : \text{重心系での入射・標的両原子核の速度} \quad (3.46)$$

$$E : \text{入射エネルギー } [\text{GeV/nucleon}] \quad (3.47)$$

$$m : \text{核子の質量 } 0.938[\text{GeV}] \quad (3.48)$$

$$\beta_{10} = 0.910 : \text{入射エネルギーが核子あたり } 10[\text{GeV}] \text{ の場合の } \beta \quad (3.49)$$

このようにすることで、URASiMA と同じ条件の場合は  $J = 1$  となる。また、衝突軸方向 ( $z$  軸方向) に長くなっている tip-tip 衝突の場合には通過時間が長くなるため、 $J > 1$  となり、分布の最大値を上げるように働く。

## 流速 $v_x, v_y, v_z$ の分布

この研究では簡単のために、初期条件では  $v_z$  方向の流速しか与えず、全格子点で  $v_x = v_y = 0$  としている。

よって、これから流速の  $z$  成分  $v_z$  の分布について述べる。

Bjorken 的な速度の見積もり  $v_{Bj}(z)$  前節で述べた初期条件の作成の流れの中でも特に、 $\epsilon$  と  $n_B$  から、 $T$  と  $\mu$  の分布に換算する前までの計算を詳述する。

式 (3.51) は、 $z$  (図 2.1 参照) の関数で、 $v_{Bj}(z)$  を  $z$  に対してプロットすると、図 3.7 のようになる。

これは、Bjorken の見積もった流速の分布 [3]

$$v_z = \frac{z}{t} \quad (t : \text{衝突から経過した時間 [fm/c]}) \quad (3.50)$$

を基本に作ったものである。この式をそのまま適用すると、いま、衝突からの経過時刻が 6[fm/c] での系の状態を考えているので、 $v_z = \frac{z}{6}$  となる。しかし、初期条件での  $z$  方向の速度の分布は、 $z$  方向の原子核の先端部で滑らかに 0 になる形としたいので、図 3.7 で図示されている関数を用いた。

$$v_{Bj}(z) = \frac{z}{6} \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{|z| - z_s}{0.25}\right)} : \text{Bjorken 的な速度の見積もり} \quad (3.51)$$

$$z_s = 6\beta : \text{原子核 (} z \text{ 軸に沿って移動する) の先端部の } z \text{ 座標} \quad (3.52)$$

## 分布の形状 $B_v(x, y, z)$

$$B_v(x, y, z) = \frac{1}{C_2} \left[ \exp\left(-\frac{x_k^2(x-x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y-y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z-z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_k^2(x+x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y+y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z+z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2}\right) + 1.4 \exp\left(-\frac{x_k^2(x+x_{cp})^2}{\sigma_{px}^2} - \frac{y_k^2(y+y_{cp})^2}{\sigma_{py}^2} - \frac{z_k^2(z+z_{cp})^2}{\sigma_{pz}^2}\right) \right] \quad (3.53)$$

:  $v_z$  の分布の形状を決める関数

$$C_2 = \left[ \exp\left(-\frac{x_k^2(x_{cs}-x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y_{cs}-y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z_{cs}-z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2}\right) + \exp\left(-\frac{x_k^2(x_{cs}+x_{cs})^2}{\sigma_{sx}^2} - \frac{y_k^2(y_{cs}+y_{cs})^2}{\sigma_{sy}^2} - \frac{z_k^2(z_{cs}+z_{cs})^2}{\sigma_{sz}^2}\right) + 1.4 \exp\left(-\frac{x_k^2(x_{cs}+x_{cp})^2}{\sigma_{px}^2} - \frac{y_k^2(y_{cs}+y_{cp})^2}{\sigma_{py}^2} - \frac{z_k^2(z_{cs}+z_{cp})^2}{\sigma_{pz}^2}\right) \right] \quad (3.54)$$

:  $v_z$  分布の spectator 部で分布の高さが 1 になるようにするための定数。

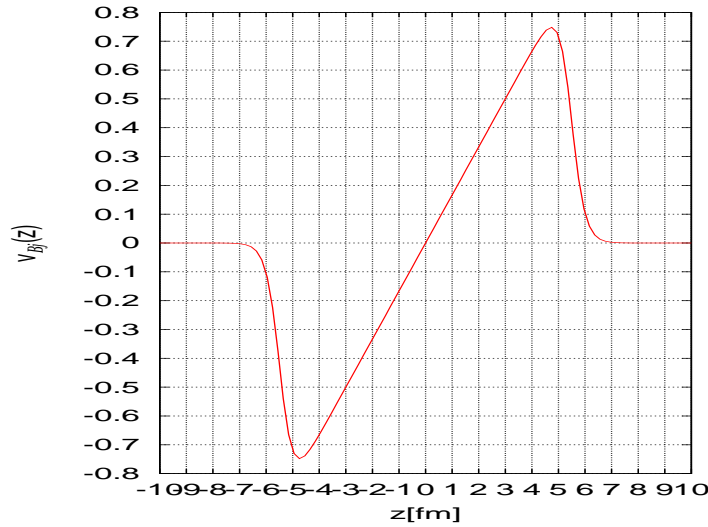


Figure 3.7: Bjorken 的な速度の見積もり  $v_{Bj}(z)$  のプロット

$v_z$  の分布の形状  $B_v(x, y, z)$  は、ほとんど  $\epsilon, n_B$  の分布  $B(x, y, z)$  と同じである。  $B(x, y, z)$  と違うところは次の二つである。

- 1: 指数関数の各項の前に掛かっている係数が違う。これは、URASiMA の計算結果に合わせるためである。
- 2: 定数  $C_2$  は、spectator 部の中心で分布関数  $B_v(x, y, z)$  の値が 1 になるようにとってある。これは、衝突によって participant 部で起こる反応に spectator 部は関与しないため、比較的衝突によって速度が変化しにくく、Bjorken 的な速度の見積もりによく従うと考えられるからである。

### 3.2.4 $\epsilon, n_B$ から $T, \mu$ への換算

3.2.2でも述べたが、相対論的流体模型の計算を行なうプログラムは初期条件として  $\epsilon, n_B$  の組ではなく、 $T, \mu$  の組を要求するので、 $\epsilon, n_B$  から  $T, \mu$  への換算を行なわねばならない。この換算には式 (3.11)、(3.12) の状態方程式を用いる。これらの式では、状態方程式が  $T, \mu$  の組から、 $\epsilon, n_B$  を求めるようになっているが、これを逆算して  $\epsilon, n_B$  から  $T, \mu$  を求めるようにし、それを使って換算を行なう。

### 3.2.5 分布を滑らかにする操作

3.2.2でも述べたように、 $\epsilon, n_B$  の組から  $T, \mu$  の組に初期条件を換算した後、分布を滑らかにする操作を行なう。

そもそも、 $\epsilon, n_B$  の分布では急激に値が変化するような場所は出来ないように分布を作成しているのだが、 $T, \mu$  に換算すると、温度  $T$  や化学ポテンシャル  $\mu$  が急激に変化する場所が生じてしまう。

しかし、このように急激な変化のある状態というのは、系に局所熱平衡が成り立っていることを前提とする相対論的流体模型の計算に入れる初期条件としてはふさわしくない。よって、 $T, \mu$  の分布を滑らかにする。

この操作によって URASiMA を基準に作った初期条件とかけ離れたものになることはない。何故なら、 $T, \mu$  が急激に変化する領域は、URASiMA の計算結果での  $\epsilon, n_B$  の値がとても小さな領域であり、この領域で  $T, \mu$  の値に少し手を加えてもさほど大きな影響はないからである。

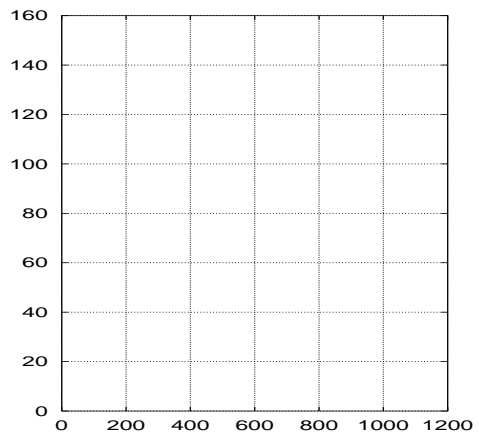
## 3.3 粒子分布の計算方法

### 3.3.1 freeze-out

系が時間発展すると、始めは高温高密度にあった系も次第に低温低密度となる。さて、3.1.1でも述べた通り、相対論的流体模型の計算は系に局所熱平衡が成り立っていることを前提としているため、系が低温低密度と相対論的流体模型による取扱いができない。なぜなら低温低密度の状況下では、粒子間の相互作用があまり起こらないため、系の内部で温度差や圧力差が生じやすく、局所熱平衡が成り立っているか疑わしいためである。よって、流体計算のプログラムでは、計算の各時間ステップで各格子点の温度  $T$  と化学ポテンシャル  $\mu$  を調べて、「低温低密度下の」格子点については流体力学による取扱いが出来なくなった（これを「freeze-out された」という）とする。そして、freeze-out された格子点を計算の各時刻毎に数え、全格子点が freeze-out されたところで、計算を終了する。

「低温低密度」の具体的基準は、図 3.8の曲線の下側で低温低密度として freeze-out し、上側では流体力学を適用できるものとする。

上のようにして、空間的に freeze-out されている部分とそうでない部分の境界となる曲面が各時刻において定義される。この各時刻における曲面を合わせた超曲面を freeze-out hypersurface という。



数)の寄与がなくなり  $\cos(n\phi)$  ( $n$  は自然数) のみの式で表せる。

$$D(\phi, t) = \frac{a_0(t)}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n(t) \cos(n\phi)) \quad (3.55)$$

$$\text{ただし、} a_n(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} D(\phi, t) \cos(n\phi) d\phi \quad (3.56)$$

ここで、 $a_0(t)$  を求めると

$$\begin{aligned} a_0(t) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} D(\phi, t) \cos 0 d\phi \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} D(\phi, t) d\phi \\ &\quad (\text{ここで、単位}\phi\text{あたり粒子数 } D(\phi, t) \text{ を全}\phi\text{で積分するとその時刻での全粒子数 } N(t)) \\ &= \frac{N(t)}{\pi} \end{aligned} \quad (3.57)$$

となり、式 (3.55) に式 (3.57) を代入すると、

$$D(\phi, t) = \frac{N(t)}{2\pi} + a_1(t) \cos(\phi) + a_2(t) \cos(2\phi) + \dots \quad (3.58)$$

これを、衝突による粒子の放出が始まってから終わるまでの全時間で積分したもの

$$D'(\phi) \equiv \int_{\text{全時間}} \left\{ \frac{N(t)}{2\pi} + a_1(t) \cos(\phi) + a_2(t) \cos(2\phi) + \dots \right\} dt \quad (3.59)$$

を、

$$D'(\phi) \equiv \frac{\int_{\text{全時間}} N(t) dt}{2\pi} (1 + 2v_1 \cos(\phi) + 2v_2 \cos(2\phi) + \dots) \quad (3.60)$$

とにおいて、 $\cos(2\phi)$  の係数を比較すると、

$$v_2 = \frac{1}{\int_{\text{全時間}} N(t) dt} \int_{\text{全時間}} \int_0^{2\pi} D(\phi, t) \cos(2\phi) d\phi dt \quad (3.61)$$

ただし、式 (3.57) より、

$$N(t) = \int_0^{2\pi} D(\phi, t) d\phi \quad (3.62)$$

である。 $v_2$  とはこのように定義されるものである。

さて、そもそもフーリエ級数展開とは、式 (3.55) をみると分かるように、三角関数の重ね合わせで元の関数 (この場合  $D'(\phi)$ ) を表現しようというもので、 $v_2$  は、その各々の三角関数のうち、 $\cos(2\phi)$  の寄与がどの程度かを示す尺度である。

したがって、 $v_2 > 0$  の場合、 $\cos(2\phi)$  の成分の  $D'(\phi)$  に対する寄与は、図 3.9 でみると、 $\phi = 0, \pi$  の所で  $D'(\phi)$  の値が大きくなるように働く。これは、図 3.10 左のように  $\phi = 0, \pi$  の方向 (すなわち  $x$  軸の正と負の方向) に粒子がより多く出る状況 (このような状況を

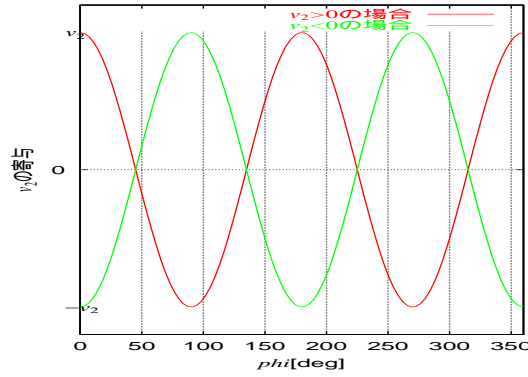


Figure 3.9:  $v_2$  の寄与の説明図

in-plane elliptic flow という) に対応する。逆に  $v_2 < 0$  の場合、図 3.9 でみると  $\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  の所で  $D'(\phi)$  の値が大きくなる。これは、図 3.10 右のように  $\phi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  の方向 (すなわち  $y$  軸の正と負の方向) に粒子がより多く出る状況 (このような状況を out-of-plane elliptic flow という) に対応する。

このように  $v_2$  とは、図 3.10 で示した二通りの内のいずれかのような粒子の流れが、粒子の方位角分布  $D'(\phi)$  にどの程度寄与しているかの度合を示す尺度である。

ところで、図 2.1 で  $y=0$  面を reaction plane(反応面) と呼ぶ。in-plane および out-of-plane という用語はこれに関連しており、反応面内に粒子が強く出る場合を in-plane elliptic flow と呼び、反応面に垂直な方向に粒子が強く出る場合を out-of-plane elliptic flow と呼ぶ。

### 3.3.3 $v_2$ の具体的な計算方法

式 (3.61) によって与えられた  $v_2$  を実際に計算する方法について説明する。

相対論的流体模型の計算を行なうプログラムは、ある格子点が freeze-out されたとき、その格子点の流速  $v_x, v_y, v_z$ 、freeze-out hypersurface の面要素  $d\sigma_\mu$ 、温度  $T$ 、化学ポテンシャル  $\mu$  と freeze-out された時刻  $t$  を出力するようにしている。

これらの量を用いて、粒子の方位角分布  $D(\phi, t) \equiv \frac{dN}{d\phi}$  は、Cooper-Frye の式 [4]

$$E \frac{dN}{d^3p} = \int_\sigma f(x, p) p^\mu d\sigma_\mu \quad (3.63)$$

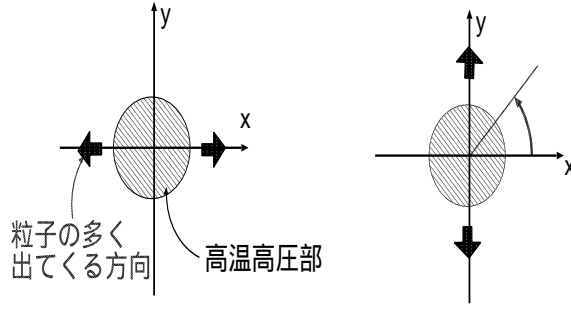


Figure 3.10:  $v_2 > 0$  (in-plane elliptic flow)(左) と  $v_2 < 0$  (out-of-plane elliptic flow)(右) のときの粒子の強く出る方向の図

( $f(x, p)$  は Lorentz 不変な形に定義された粒子の分布関数) を変形した、

$$dN = \int \int \int \int_{\sigma} \frac{1}{E} f(x, p) p^{\mu} d\sigma_{\mu} d^3 p \quad (3.64)$$

によって求められる。ここで、運動量の積分のうち、 $dp_x dp_y$  を極座標に変換して、

$$d^3 p = dp_x dp_y dp_z \longrightarrow p_T dp_T d\phi dp_z \quad (3.65)$$

$$\text{ただし、} p_T \equiv \sqrt{p_x^2 + p_y^2} \quad (3.66)$$

とすると、式 (3.64) は、

$$dN = \int \int \int \int_{\sigma} \frac{1}{E} f(x, p) p^{\mu} d\sigma_{\mu} p_T dp_T dp_z \quad (3.67)$$

よって、

$$D(\phi, t) \equiv \frac{dN}{d\phi} = \int \int \int \int_{\sigma} \frac{1}{E} f(x, p) p^{\mu} d\sigma_{\mu} p_T dp_T dp_z \quad (3.68)$$

ここでは、粒子として核子 (陽子 p、中性子 n : いずれも fermion) を想定して、分布関数  $f(x, p)$  は、Fermi-Dirac 統計の式を Lorentz 不変な形に書いたもの

$$f(x, p) = \frac{\exp(-\frac{p^{\nu} u_{\nu} - \mu}{T})}{1 + \exp(-\frac{p^{\nu} u_{\nu} - \mu}{T})} \quad (3.69)$$

を用いる。ここで、四元運動量  $p^{\nu}$  は

$$p^{\nu} = \left( \sqrt{m^2 + p_T^2 + p_z^2}, p_T \cos \phi, p_T \sin \phi, p_z \right) \quad (3.70)$$



と定義される。また、四元速度  $u^\nu$  は流速  $v_x, v_y, v_z$  を用いて、式 (3.4) のように定義される。

相対論的流体模型の出力する freeze-out された格子点のデータ (流速  $v_x, v_y, v_z$ 、freeze-out hypersurface の面要素  $d\sigma_\mu$ 、温度  $T$ 、化学ポテンシャル  $\mu$ ) と式 (3.69)(3.70) とを式 (3.68) に代入すると、 $D(\phi, t)$  を求められる。この  $D(\phi, t)$  を  $v_2 = \frac{1}{N} \int_0^{2\pi} D(\phi, t) \cos(2\phi) d\phi$  (式 (3.61)) に代入すれば、 $v_2$  が求められる。

# Chapter 4

## 結果と考察

### 4.1 初期条件

この研究では、入射エネルギーは2種類 (10, 20[GeV/nucleon])、衝突径数は9種類 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8[fm])、衝突のさせ方は3種類 (tip-tip, body-body, sphere-sphere) を考えて、これら三つの要素 (入射エネルギー・衝突径数・衝突のさせ方) の全ての組合せ  $2 \times 9 \times 3 = 54$  種類の初期条件を作成し、それぞれについて、系の時間発展の様子を計算させた。

### 4.2 エネルギー密度 $\epsilon$ とバリオン数密度 $n_B$ の時間変化

相対論的流体模型のプログラムを用いて、衝突点 (図 2.1 の原点) におけるエネルギー密度  $\epsilon$  とバリオン数密度  $n_B$  の値  $\epsilon_c, n_{B_c}$  の時間変化を計算させた。その結果を図 4.1 に示す。

図 4.1 をみると分かるように、tip-tip 衝突では、body-body 衝突および sphere-sphere 衝突の場合よりも、 $\epsilon_c, n_{B_c}$  共に高いまま時間変化する。

これは初期条件において既に、tip-tip、body-body、sphere-sphere 衝突それぞれのエネルギー密度・バリオン数密度の最大値  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  に式 (3.37)(3.38) に差をつけているため、このような推移を示すのである。

ここで、初期時刻から既に tip-tip, body-body, sphere-sphere で  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  に差をつける理由は、相対論的流体模型では、系に局所熱平衡が達成されたところから計算を始めねばならないためである。系に局所熱平衡が達成された段階では、既に衝突からある程度の時間 (この研究では 6[fm/c]) が経過しており、この時点で tip-tip, body-body, sphere-sphere という三種の当て方の影響による  $\epsilon_c, n_{B_c}$  の差は既にあらわれていると考えられ

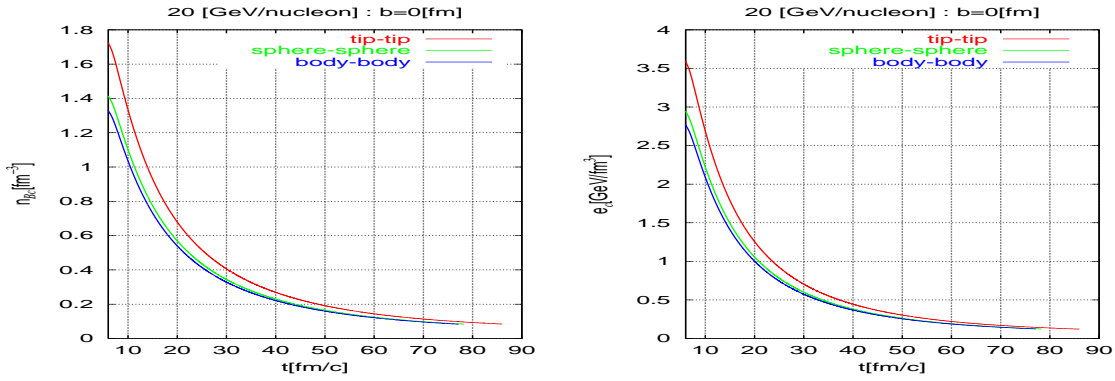


Figure 4.1:  $n_{B_c}$ (左) と  $e_c$ (右) の時間変化。入射エネルギー：20[GeV/nucleon]、衝突径数：0[fm]

る。このため、相対論的流体模型による計算では、初期時刻から既に tip-tip, body-body, sphere-sphere で  $\epsilon_{max}, n_{B_{max}}$  に差をつける。

このように、相対論的流体模型による計算を始める段階でエネルギー密度及びバリオン数密度の最大値に差をつけねばならないのは、相対論的流体模型による計算の弱点である。しかし、今回のように、 $\epsilon, n_B$  に差をつけた条件から計算を始めれば図 4.1 に示したように、初期時刻以後の時刻で原点 (衝突点) におけるエネルギー密度  $e_c$  及びバリオン数密度  $n_{B_c}$  は、tip-tip 衝突の場合が body-body, sphere-sphere 衝突よりも高いまま時間変化することが確認された。

さて、ここまでは原点におけるエネルギー密度  $e_c$  および、バリオン数密度  $n_{B_c}$  の時間変化をみてきた。以下では、エネルギー密度  $\epsilon$  およびバリオン数密度  $n_B$  の分布がどう時間変化するかを示す。

図 4.2 には、入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突の場合の  $z=0$  面上でのエネルギー密度  $\epsilon$  およびバリオン数密度  $n_B$  の時間発展を示した。図のように原点付近で  $\epsilon, n_B$  とともに高い値を持つ。そして、時間の経過にともなって、分布の最大値が小さくなるが、分布の形状にはあまり変化ない事が分かる。

### 4.3 baryon flow の時間発展

この節では baryon flow の時間発展を示す。baryon flow とはその名の通りバリオンの流れを示しており、ある格子点での流速ベクトルが  $(v_x, v_y, v_z)$ 、バリオン数密度が  $n_B$  であるとき、その格子点での baryon flow ベクトルは  $(n_B v_x, n_B v_y, n_B v_z)$  で与えられる。

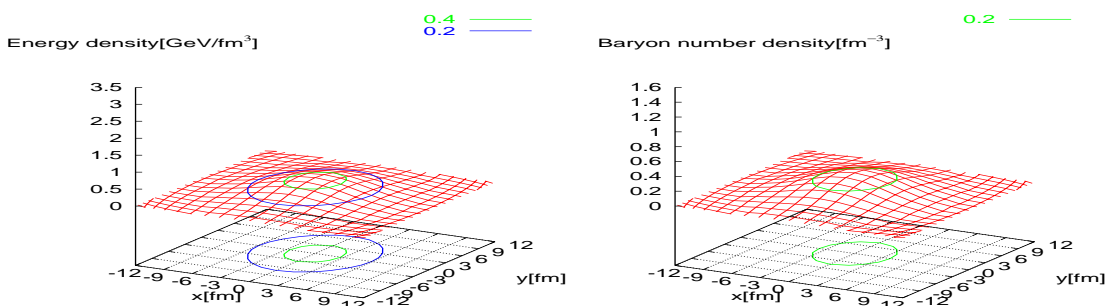
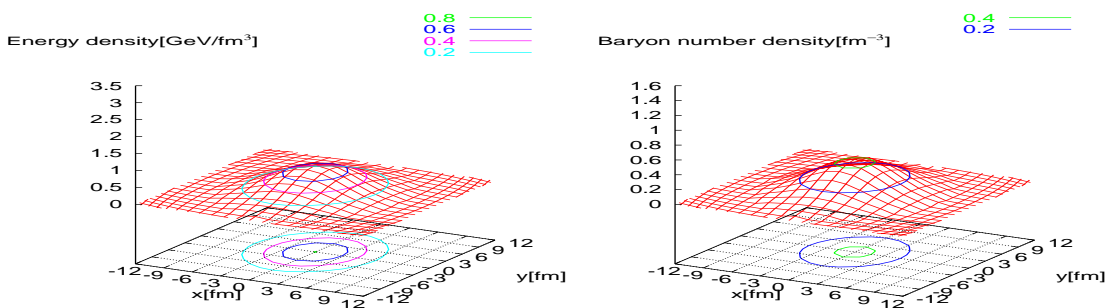
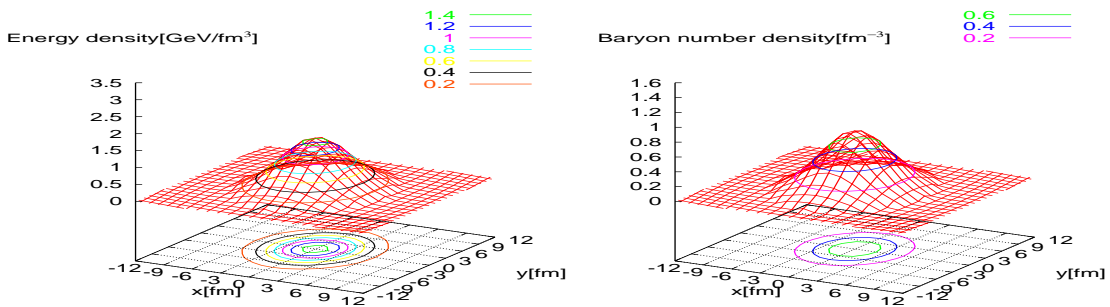
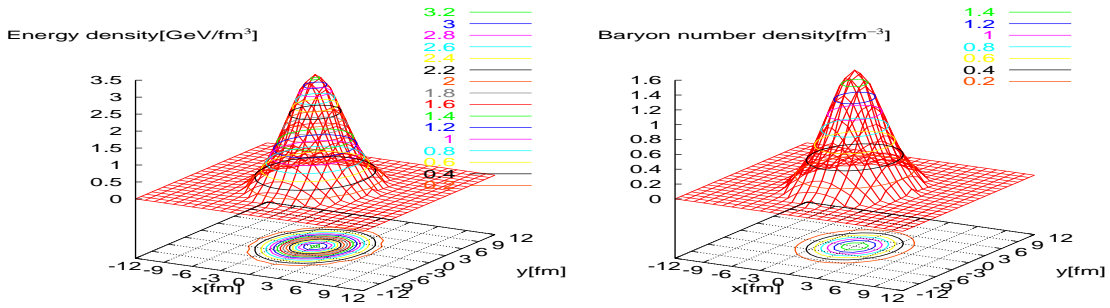
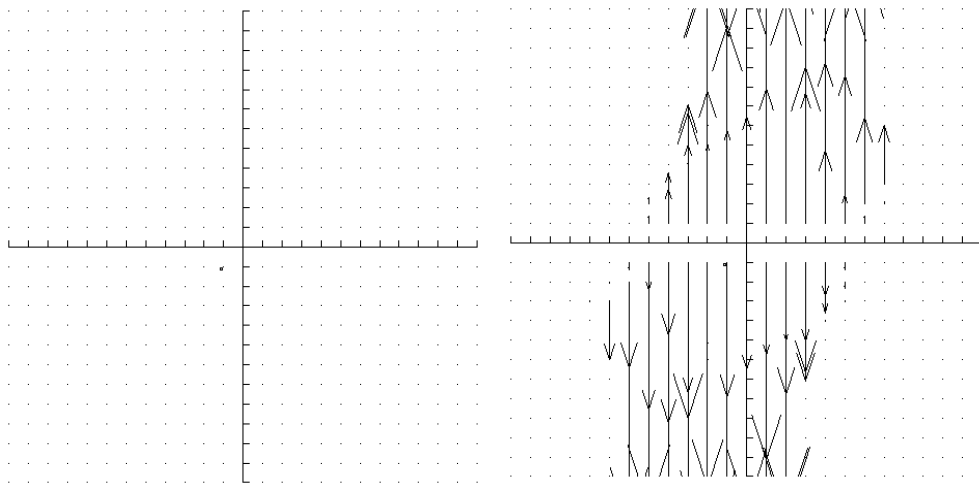


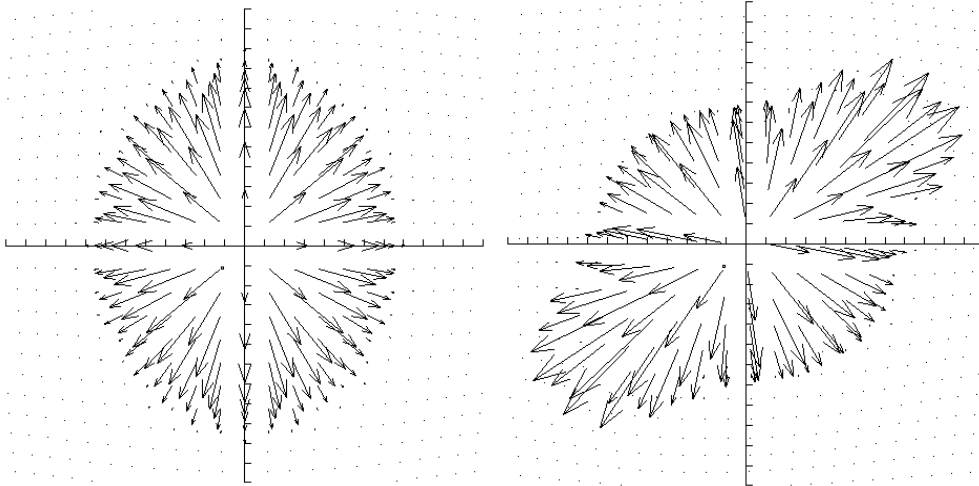
Figure 4.2: 入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突の場合の  $z=0$  面上でのエネルギー密度  $\epsilon$ (左) およびバリオン数密度  $n_B$ (右) の時間発展

ここでは、図 4.2 の場合と同じ、入射エネルギーが  $20[\text{GeV/nucleon}]$ 、衝突径数が  $4[\text{fm}]$  の tip-tip 衝突の場合の、baryon flow の様子を示した (図 4.3)。

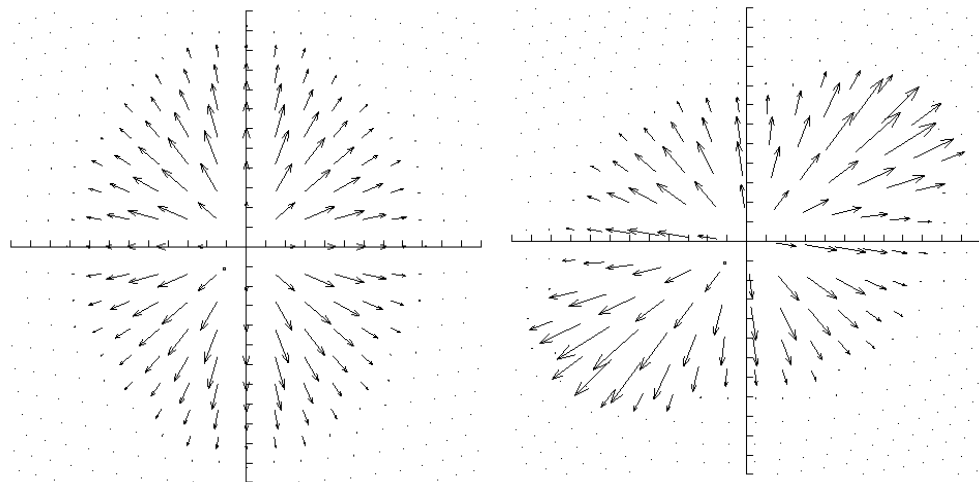
図 4.3 左で、衝突後  $6[\text{fm}/c]$  で、流速の  $y$  成分  $v_y$  と流速の  $z$  成分  $v_z$  の合成のベクトルが 0 となっているのは、 $6[\text{fm}/c]$  は衝突の初期時刻であるからである (3.2.3 で述べたように衝突の初期時刻では流速の  $y$  成分  $v_y$  と流速の  $z$  成分  $v_z$  としている)。その後の時間帯では原点を中心に、速度を持つ領域が徐々に膨張していく様子が読み取れる。



↑ 衝突後 6[fm/c](相対論的流体模型による計算の初期時刻)



↑ 衝突後 16[fm/c]



↑ 衝突後 26[fm/c]

(次頁へ続く)

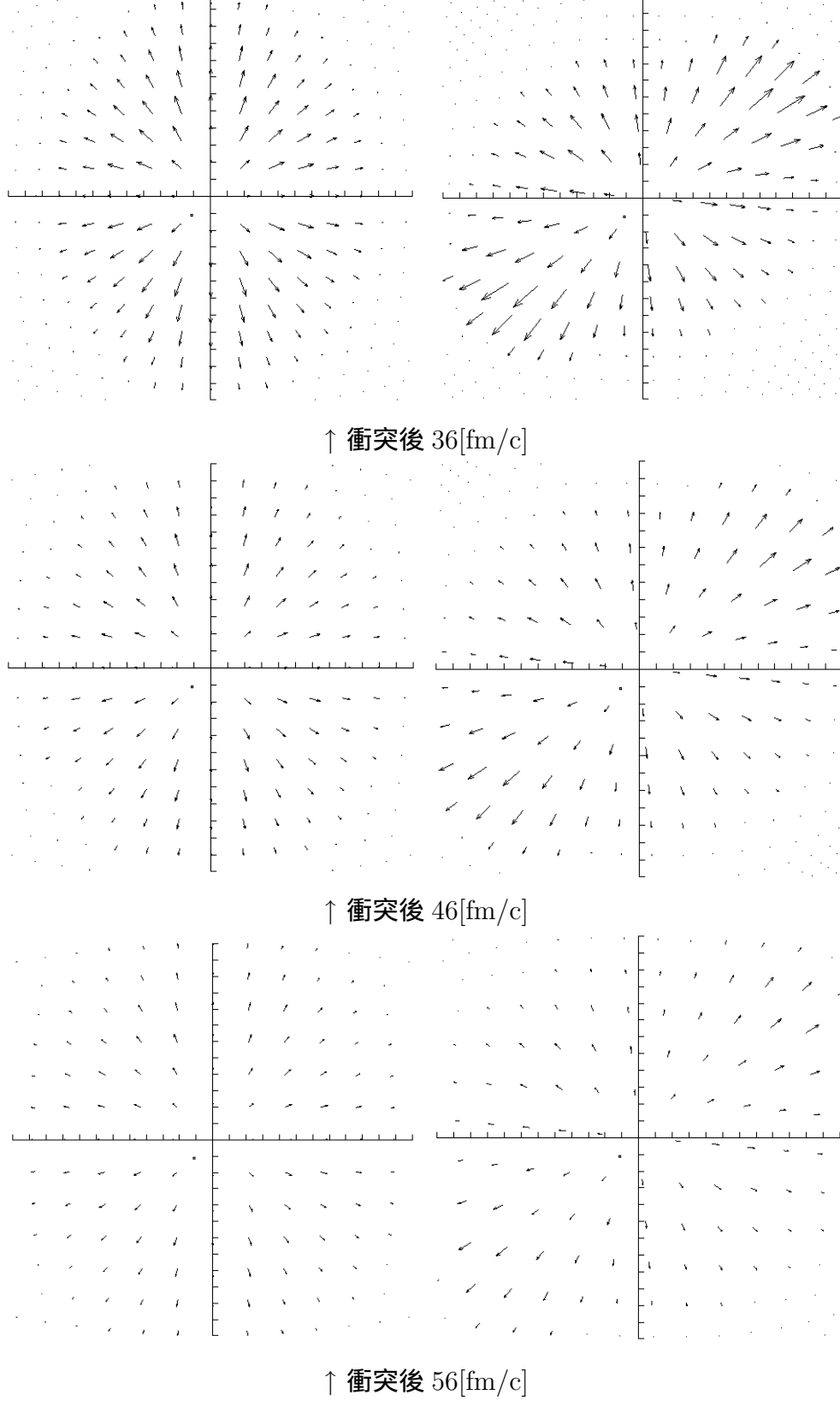
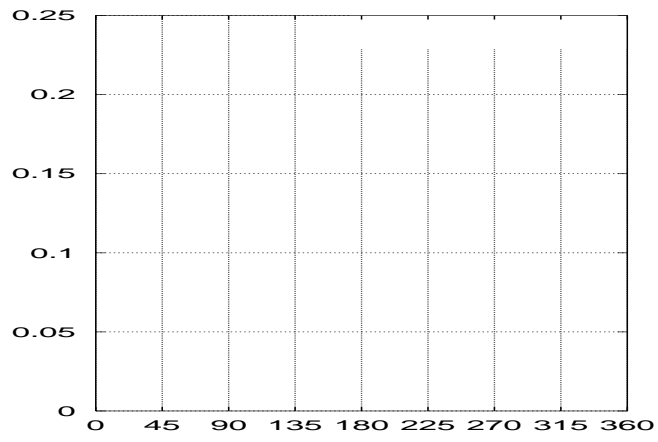


Figure 4.3: 入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突の場合の baryon flow[fm<sup>-3</sup>] の時間変化。左 :  $z = 0$  面上。縦軸  $y$ [fm]、横軸  $x$ [fm]。目盛間隔は 1[fm]。右 :  $y = 0$  面上。縦軸  $z$ [fm]、横軸  $x$ [fm]。目盛間隔は 1[fm]。





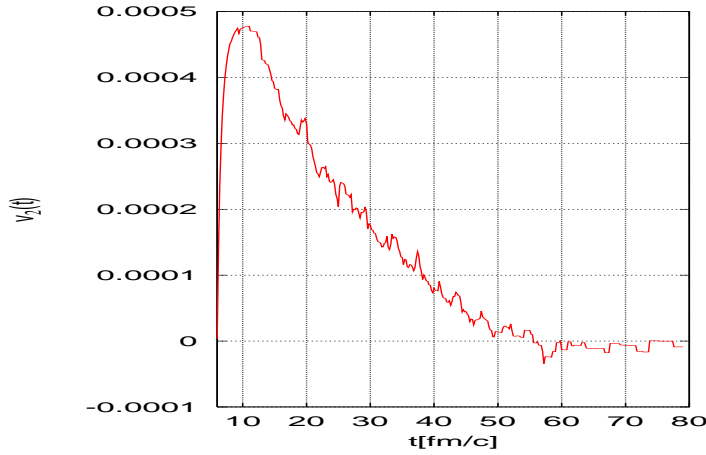


Figure 4.5: 入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突  $v_2'(t)$  の時間依存性

という式で表される  $v_2'(t)$  を定義する。これは、上で示した  $v_2$  の式の分子で時間積分をなくしたものである。式の形から明らかなように  $v_2'(t)$  を全時間で積分すると  $v_2$  となる。よって  $v_2'(t)$  は各時刻で freeze-out hypersurface から放出された粒子が最終的な  $v_2$  の値にどの程度寄与しているかの割合を示す。図 4.4 で示した場合と同じ条件 (入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突) での  $v_2'(t)$  の時間変化を図示すると、図 4.5 となる。

図 4.5 をみると、 $v_2'(t)$  の  $v_2$  への寄与は、衝突後約 10[fm/c] で最大となり、その後時間が経過するにしたがって、徐々に寄与が小さくなっていく。これは、 $v_2'(t)$  の計算の基になっている  $D(\phi)$  が、図 4.4 に示したように、衝突後 16[fm/c] で振幅が大きく、時間経過にともなって徐々に振幅が小さくなる事に対応している (振幅が大きいということは、x 方向と y 方向に出る粒子数の差が大きく、よって  $v_2'(t)$  の絶対値が大きくなり、大きな  $v_2$  への寄与となる)。

## 4.5 freeze-out hypersurface 内部の圧力の時間変化

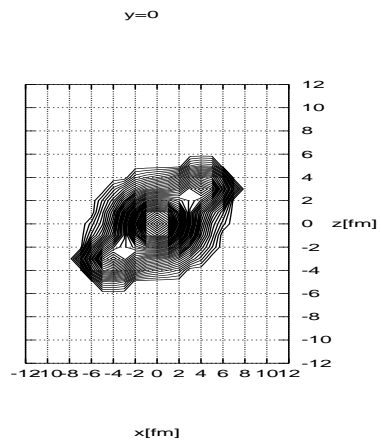
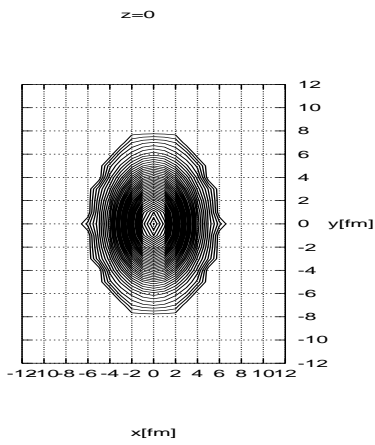
図 4.6 には 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突の場合の freeze-out hypersurface 内部の圧力の時間変化を示した。

図 4.6 の左側は  $z=0$  面で切った図であり、中心に一つの高圧部をもつ分布となっている。この高圧部、participant の中心部の圧力が高い領域に対応している。衝突後 6[fm/c]

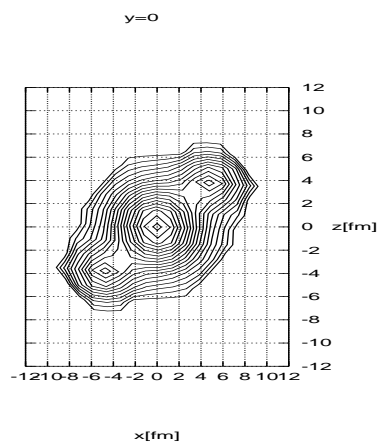
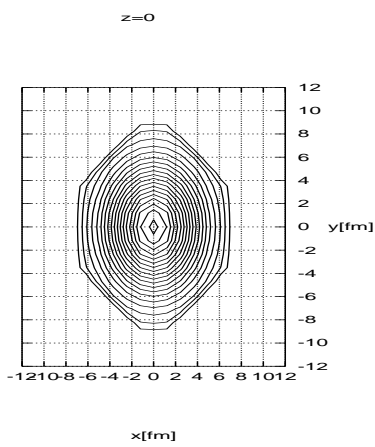
では、とても圧力勾配の大きく、等圧線がつぶれてしまっている状態だが、時間の経過とともに圧力勾配は弱まりながら (等圧線が疎になりながら) freeze-out hypersurface は膨張する。そして更に時間が経過すると freeze-out hypersurface は収縮に転じ、最後には全ての格子点が freeze-out されて、freeze-out hypersurface はなくなってしまう。

図 4.6の右側は、 $y=0$  面で切った図である。これを見ると中心に大きな圧力を持つ participant があり、その両脇に spectator に対応する高圧部が存在する。図 4.6の右側の最後の時刻 (衝突後  $56[\text{fm}/c]$ ) での freeze-out hypersurface の形をみると、spectator の周りの部分が participant の中心付近よりも時間的に早く freeze-out され終わる様子が分かる。

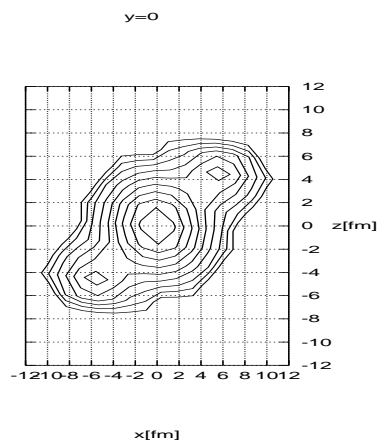
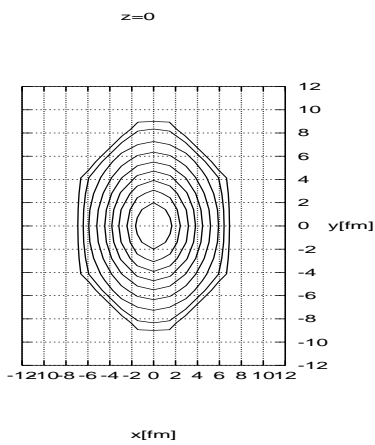
さてここで、図 4.3ですでに示した同じ状況 (入射エネルギーが  $20[\text{GeV}/\text{nucleon}]$ 、衝突径数が  $4[\text{fm}]$  の tip-tip 衝突) での baryon flow 右側の図をみると participant から spectator へのバリオンの流れが顕著である (矢印が長い)。このことから、この方向に系はより早く膨張して、よって、より早く低温低密度状態になり、他の部分よりも spectator 付近の部分が早く freeze-out されると考えられる。



↑ 衝突後 6[fm/c] (相対論的流体模型による計算の初期時刻)



↑ 衝突後 16[fm/c]



↑ 衝突後 26[fm/c]

(次頁へ続く)

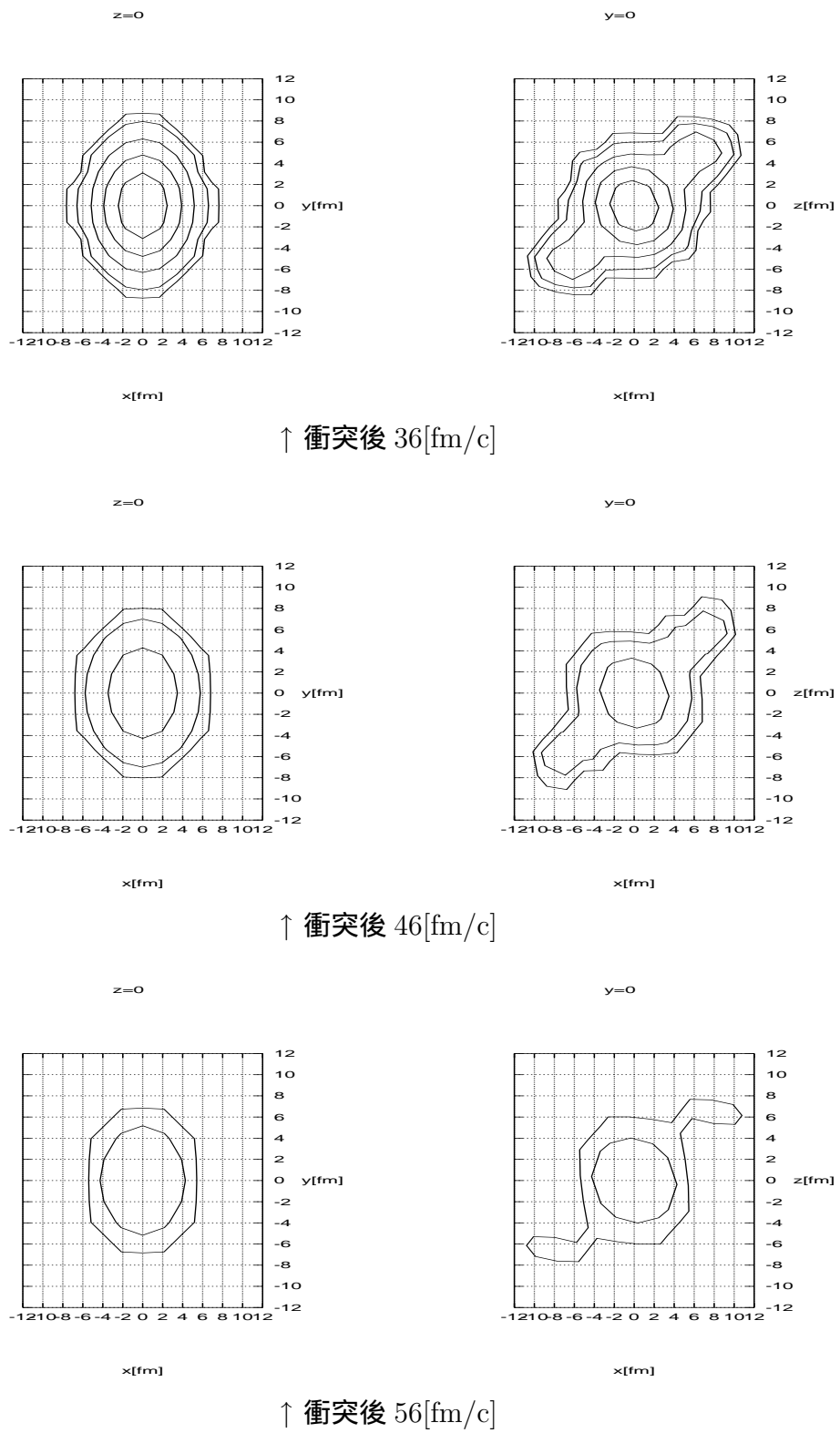


Figure 4.6: 入射エネルギーが 20[GeV/nucleon]、衝突径数が 4[fm] の tip-tip 衝突の場合の freeze-out hypersurface 内部の圧力 [GeV/fm<sup>-3</sup>] の時間変化。等圧線間隔は 0.01[GeV/fm<sup>-3</sup>]。中心部の方が高圧部である。

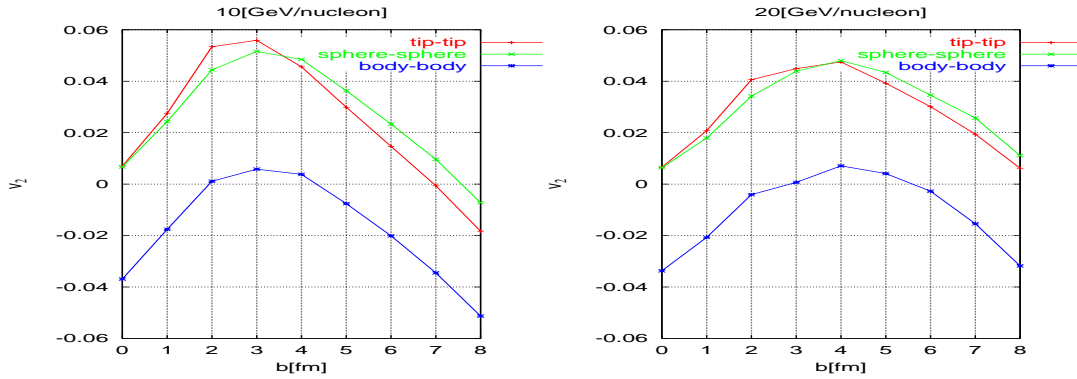


Figure 4.7:  $v_2$  の衝突径数  $b$  による変化。入射エネルギーは 10[GeV/nucleon] (左)、20[GeV/nucleon](右)

## 4.6 $v_2$ の振る舞い

### 4.6.1 $v_2$ の振る舞いの概観

式 (3.61) によって  $v_2$  は求められる。以後  $v_2$  の振る舞いについて詳述する。

$v_2$  は図 4.7 に示したように、中間的な衝突径数  $b$  で最大値を持つ山型の  $b$  依存性を持つ。

また、入射エネルギー 10[GeV/nucleon] と 20[GeV/nucleon] の場合では、 $v_2$  が最大となる衝突径数  $b$  の値が異なる。その値は、10[GeV/nucleon] の場合で  $b = 3$ [fm]、20[GeV/nucleon] の場合で  $b = 4$ [fm] である。

衝突のさせ方で見ると、tip-tip 衝突および sphere-sphere 衝突においては、 $v_2$  はおおむね正の値となっており、in-plane elliptic flow が優勢であることを示している。一方、body-body 衝突においては、 $v_2$  はおおむね負の値となっており、out-of-plane elliptic flow が優勢であることを示している。

$v_2$  がこのような振る舞いをする理由を以下で述べる。

### 4.6.2 $v_2$ の衝突径数 $b$ による変化

ここでは、 $v_2$  は図 4.7 に示したように、中間的な衝突径数  $b$  で最大値を持つ山型の  $b$  依存性を持つ理由を議論する。

まず、 $x$  方向と  $y$  方向に放出される粒子に差が出る理由として、freeze-out hypersurface 内部での圧力の勾配が  $x$  方向と  $y$  方向で異なるのではないかと考えた。

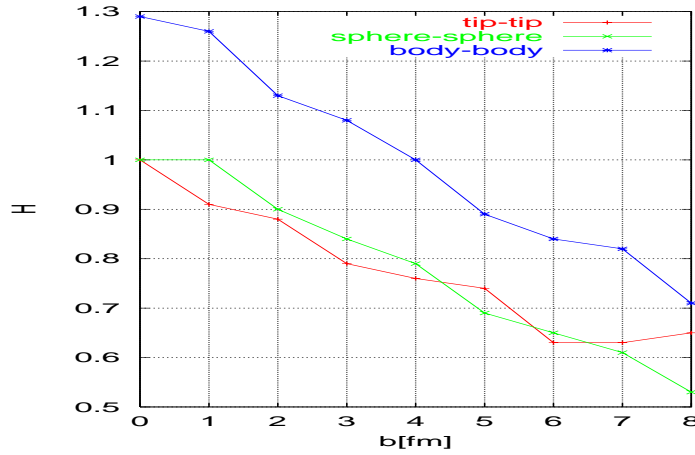


Figure 4.8:  $H$  の衝突径数  $b$  による変化

さて、図 4.9左で、原点での圧力 (圧力の最大値) と freeze-out hypersurface 上での圧力との差を  $dp$ 、freeze-out hypersurface と  $x$  軸の交点から原点までの距離を  $dx$ 、同様に、freeze-out hypersurface と  $y$  軸の交点から原点までの距離を  $dy$  とすると、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配はそれぞれ  $\frac{dp}{dx}$ 、 $\frac{dp}{dy}$  となる。この両者の比をとると、

$$(x \text{ 方向と } y \text{ 方向の圧力勾配の比}) = \frac{\frac{dp}{dy}}{\frac{dp}{dx}} = \frac{dx}{dy} \quad (4.2)$$

となり、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配の比は freeze-out hypersurface の形状に関連する量  $dx$ 、 $dy$  のみで表され、 $dp$  によらない形となる。

そこで、図 4.9の左側 ( $z=0$  面上での圧力分布) の図を見ていくと、衝突径数  $b$  の増加にともなって、freeze-out hypersurface の  $x$  方向の幅が段々と狭くなっていく様子が分かる。一方  $y$  方向の幅はあまり変化しない。このため、freeze-out hypersurface 内部での  $x$  方向の圧力勾配は  $b$  が大きくなるにつれて段々大きくなるが、 $y$  方向の圧力勾配はあまり変化しない。したがって、 $b$  が大きくなるにつれ、 $y$  方向よりも  $x$  方向により多くの粒子が freeze-out hypersurface から放出されるようになる (つまり、 $v_2$  は  $b$  が大きくなるにつれ値が段々大きくなる) と考えられる。

この効果をより客観的に評価するため、図 4.9左の様に freeze-out hypersurface を  $z=0$  面で切った図で、実際に入射エネルギーが  $20[\text{GeV/nucleon}]$  の場合の初期時刻 (衝突後  $6[\text{fm}/c]$ ) における  $dx$ 、 $dy$  を読みとり、その比  $H = \frac{dx}{dy}$  を調べた。その結果を図 4.8に示す。

図 4.8をみると、participant の  $x$  方向と  $y$  方向の半径の比  $H$  (すなわち  $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配の比) は、いずれの衝突のさせ方でも  $b$  が大きくなるにつれて  $H$  の値が小

さくなる傾向を示す。なお  $H$  の衝突のさせ方による差については 4.6.4 で述べる。

この  $H$  が 1 よりも小さい場合、freeze-out hypersurface の  $y$  方向の幅が  $x$  方向より広く、これは、 $x$  方向の圧力勾配が  $y$  方向より高くなり、in-plane 方向に粒子をより強く放出しようとする状況を示す。逆に  $H$  が 1 よりも大きい場合、out-of-plane 方向に粒子をより強く放出しようとする状況を示す。

あらためて、図 4.8 をみると衝突径数  $b$  が大きくなる程  $H$  は小さくなるので、in-plane の流れが段々強くなると考えられる。しかし、実際に計算された結果である図 4.7 を見ると、 $v_2$  は中間的な  $b$  で最大になったあと、 $b$  が増加するにつれ減少する。

この理由として、spectator が  $x$  軸に沿った方向への粒子の放出を抑制していることが考えられる。図 4.9 で衝突径数 6[fm] と 8[fm] の右側 ( $y=0$  面上の圧力分布) の図をみると、spectator(中心部の圧力の高い領域の両脇に張り出している細長い領域)は、participant(中心の圧力の高い領域)の  $x$  方向の両脇に位置し、participant から出る  $x$  方向の流れを遮蔽する効果を持つと考えられる。これによって  $x$  方向の流れが弱められれば、当然 in-plane elliptic flow が弱まり、 $v_2$  の値は小さくなる。

なお、この spectator の大きさは、 $b$  が大きくなるにつれ大きくなるので、 $x$  方向への粒子の放出を遮蔽する効果も  $b$  が大きくなるにつれて大きくなる。そのため、 $b = 6$  の場合よりも、 $b = 8$  の場合の方が  $x$  方向への粒子の流れがよく遮蔽されて、 $v_2$  が小さくなっている (図 4.7) ものと考えられる。

要約すると、 $b$  が大きくなるにつれて次の二つの作用が起こると考えられる：

- 1: participant の  $x$  方向の幅が狭くなるため、 $y$  方向に比べて、 $x$  方向の圧力勾配が増大し、 $x$  軸に沿った方向により粒子を強く押し出そうとする作用。これは in-plane elliptic flow を強める ( $v_2$  の値を増加させる) ように作用する。
- 2: spectator の大きさが大きくなり、participant から  $x$  方向に出ようとする粒子の流れを遮蔽する作用。これは in-plane elliptic flow を弱める ( $v_2$  の値を減少させる) ように作用する。

$v_2$  はこの二つの作用の競合によって決まると考えられる。つまり、 $b$  の小さい領域では 1 の作用が 2 より強いいため  $b$  が増加するにつれて  $v_2$  の値は増加する。一方、 $b$  の大きい領域では 2 の作用が 1 より強いいため  $b$  が増加するにつれて  $v_2$  の値は減少する。

### 4.6.3 $v_2$ の入射エネルギーによる変化

図 4.7 を見るとすぐ分かるように、10[GeV/nucleon] の場合、 $v_2$  は衝突径数  $b = 3$ [fm] で最大となり、20[GeV/nucleon] の場合、 $b = 4$ [fm] で最大値となる。ここではこの理由について議論する。

さて。図 4.10左で、10[GeV/nucleon] の場合と 20[GeV/nucleon] の場合を比較すると、 $dx$ 、 $dy$  はそれぞれほぼ等しいので、中心での最大圧力が異なっても、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配はほぼ等しいと考えられる。したがって、 $v_2$  の入射エネルギー依存性について議論する場合、4.6.2のような、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配の比が変化するという議論は出来ないものと考えられる。

さて、そこで、遮蔽の効果は入射エネルギーによってどう変わるかをみると、図 4.10右で 10[GeV/nucleon] の場合と 20[GeV/nucleon] の場合を比較すると、20[GeV/nucleon] の方が高速で運動しているため  $z$  方向により進んだ位置に spectator がある。また、20[GeV/nucleon] の方がより強く Lorentz 短縮を受けている。これらの事は、20[GeV/nucleon] の方が in-plane 方向の粒子の流れを遮蔽しにくい事を意味する。このため participant は 20[GeV/nucleon] の場合の方が  $x$  軸方向に粒子を放出しやすくなっていると考えられる。

このことによって、10[GeV/nucleon] の場合より 20[GeV/nucleon] の場合の方が大きい衝突径数で  $v_2$  が最大となる理由が説明できる。つまり、spectator は in-plane 方向への粒子の放出を遮蔽し  $v_2$  を負の方向に押し下げる作用をするが、その spectator の遮蔽 (つまり  $v_2$  を押し下げる作用) は 20[GeV/nucleon] の場合の方が小さい。よって、 $b$  の大きい場合での  $v_2$  の減少の度合いが 20[GeV/nucleon] の場合の方が小さくなり、10[GeV/nucleon] の場合よりも  $v_2$  が減少するのが遅れて、最大となる  $b$  の値が大きくなっていると考えられる。

#### 4.6.4 $v_2$ の衝突のさせ方による変化

まず、図 4.7をみると、tip-tip 衝突および sphere-sphere 衝突では in-plane elliptic flow ( $v_2 > 0$ ) が優勢であるのに対し、body-body 衝突においては out-of-plane elliptic flow ( $v_2 < 0$ ) が優勢である。ここではこの理由について議論する。

入射エネルギー 20[GeV/nucleon]、衝突径数 3 の場合の freeze-out hypersurface 内部での圧力分布図 4.11左をみると、tip-tip 衝突および sphere-sphere 衝突では、 $x$  方向の圧力勾配の方が  $y$  方向の圧力勾配よりも強い (等圧線が混んでいる)。これは、in-plane elliptic flow が優勢な状況であり、tip-tip 衝突および sphere-sphere 衝突は、図 4.7で  $v_2$  が正であることに対応している。一方、図 4.11左をみると、body-body 衝突では等圧線はほぼ真円で、 $x$  方向と  $y$  方向で圧力勾配はほぼ等しい。これは、 $x$  方向と  $y$  方向に同程度の粒子が放出されている状況 (これを radial flow という) で、図 4.7の body-body 衝突で  $v_2$  がほぼ 0 であることに対応する。

圧力勾配の  $x$  方向と  $y$  方向の比  $H$  の図 4.8を見ると、衝突径数の小さい領域では、tip-tip, sphere-sphere, body-body の順に  $H$  の値が小さい。これはこの順に in-plane elliptic



flow が強い傾向にあることを示す。一方衝突径数の大きい領域では、sphere-sphere, tip-tip, body-body の順に  $H$  の値が小さい。これはこの順に in-plane elliptic flow が強い傾向にあることを示す。

また、spectator による in-plane elliptic flow の遮蔽の効果は、原子核が  $z$  方向に長いほど強いと考えられるので、tip-tip, sphere-sphere, body-body の順に強く、よって、この順に in-plane elliptic flow が弱くなると考えられる。

$v_2$  はこれら二つの効果の競合で決まると思われる。図 4.7 で  $v_2$  は  $b$  の小さい領域では tip-tip, sphere-sphere, body-body の順に大きい。これは、 $b$  の小さい領域では spectator による遮蔽の効果が少ないため、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配の比  $H$  が主に利いてくるためであると考えられる。図 4.8 では、衝突係数の小さい領域で tip-tip, sphere-sphere, body-body の順に  $H$  の値が小さくなっており、これはこの順に  $v_2$  が大きい (in-plane elliptic flow が優勢である) ことによく対応している。

また、 $b$  の大きい領域では sphere-sphere, tip-tip, body-body の順に  $v_2$  の値が大きく tip-tip と sphere-sphere の順位が入れ替わっている。これは、 $b$  の大きい領域では spectator の効果が顕著であるから遮蔽の効果の大きい tip-tip の方が sphere-sphere よりも  $v_2$  の値がはやく落ちるためであると考えられる。

また、全ての  $b$  の領域で body-body の場合が他の二つの場合よりも  $v_2$  が小さいのは、body-body の場合、freeze-out hypersurface の形状が全ての  $b$  の領域で他の二つの場合よりも図 2.2 のように  $x$  方向に広いからである。なぜなら、図 4.8 において、 $x$  方向と  $y$  方向の圧力勾配の比に相当する  $H$  は、body-body の場合が、tip-tip と sphere-sphere の場合よりも大きくなり、これは、out-of-plane elliptic flow の傾向が強いことである事を意味するからだ。

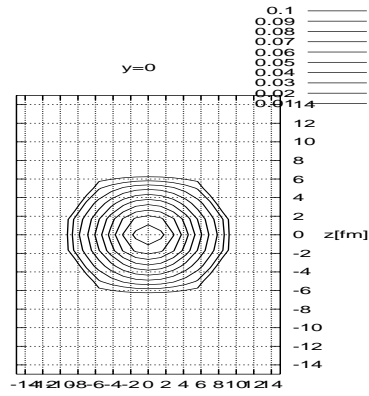
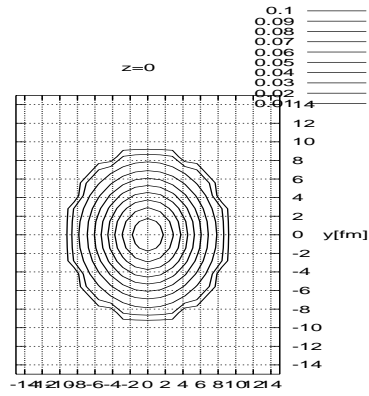
#### 4.6.5 まとめ

さて、2.1でも述べたように collective flow を解析することは QGP 生成のシグナルを探る有用な手段であると考えられている。

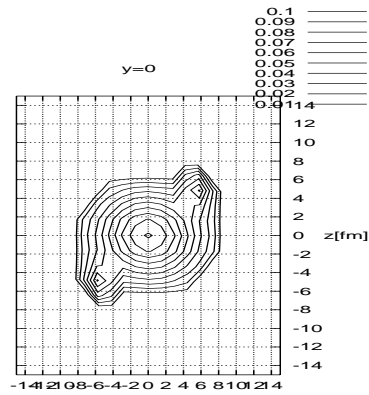
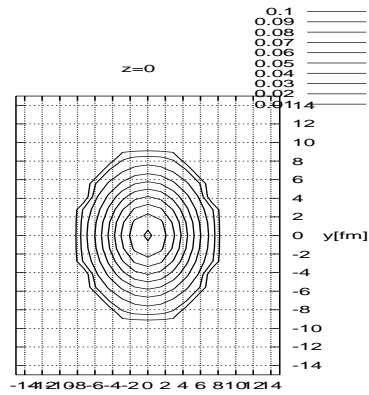
今回の研究で得た結果では、図 4.7 を見ると分かるように、衝突径数  $b$  が 0 の場合、body-body 衝突で  $|v_2|$  が大きい。これは、粒子の方位角分布の非等方性が強いことを意味する。さて、実験のデータから  $|v_2|$  の値を決め、そして QGP のシグナルを探ろうとするときは、やはり、この非等方性が大きいほど測定にかかり易いであろう。よって、衝突径数が 0 の場合は、body-body 衝突を解析するのが有益であると考えられる。

また、衝突径数  $b$  が 0 以外の場合、10[GeV/nucleon] では 3[fm]、20[GeV/nucleon] では 4[fm] で  $v_2$  の値が最大となる。この最大となる衝突径数よりもやや小さい衝突径数

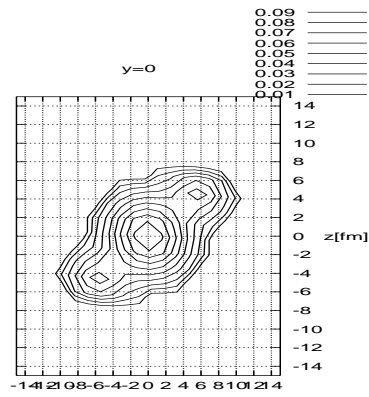
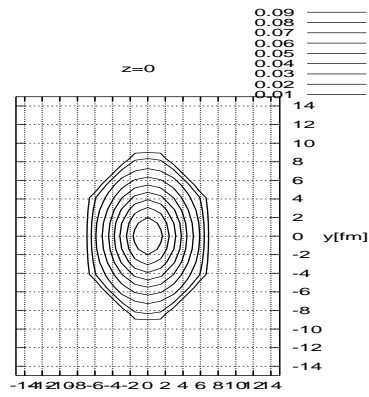
では tip-tip 衝突で  $|v_2|$  が大きい。したがって、この領域の衝突径数を解析する場合は tip-tip 衝突を解析するのが有益であると考えられる。



↑ 衝突径数 0[fm]



↑ 衝突径数 2[fm]



↑ 衝突径数 4[fm]

(次頁に続く)

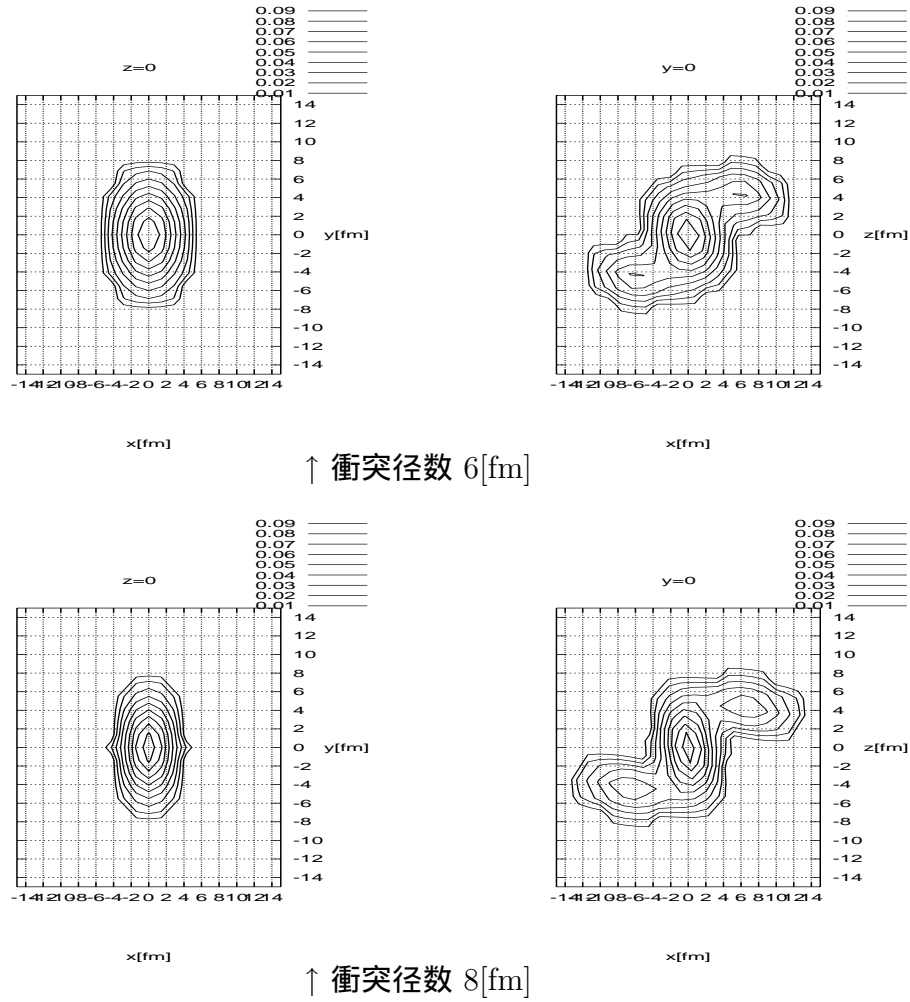
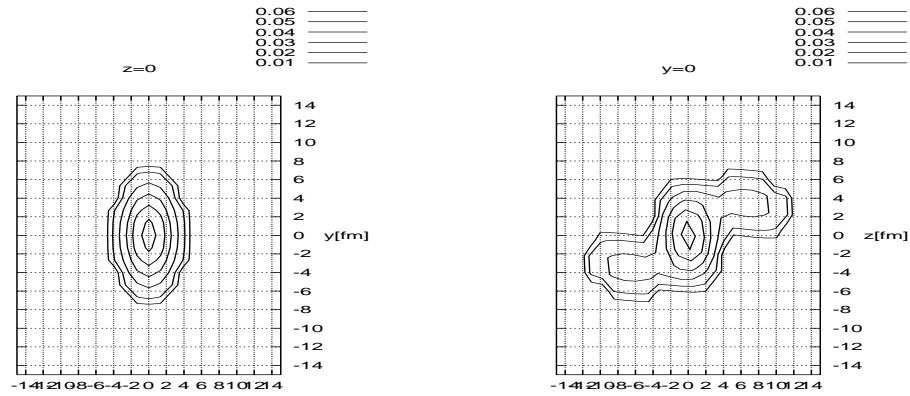
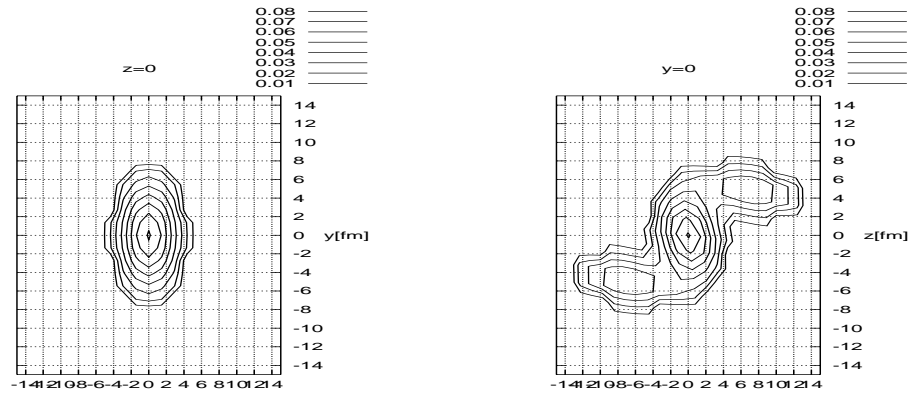


Figure 4.9: 入射エネルギー 20[GeV/nucleon] の tip-tip 衝突での freeze-out hypersurface 内部の圧力 [GeV/fm<sup>3</sup>]. 内側の等圧線の方が圧力が高く、外側の等圧線で圧力が低い。時刻は計算の初期時刻から 20[fm/c](衝突後 26[fm/c])。左側は  $z=0$  面上、右側は  $y=0$  面上の図。



$\uparrow$  入射エネルギー 10[GeV/nucleon]



$\uparrow$  入射エネルギー 20[GeV/nucleon]

Figure 4.10: 衝突径数  $b = 8[\text{fm}]$  の sphere-sphere 衝突の freeze-out hypersurface 内部での圧力  $[\text{GeV}/\text{fm}^3]$ 。内側の等圧線の方が圧力が高く、外側の等圧線で圧力が低い。時刻は計算の初期時刻から  $20[\text{fm}/c]$ (衝突後  $26[\text{fm}/c]$ )。左側は  $z=0$  面上、右側は  $y=0$  面上の図。

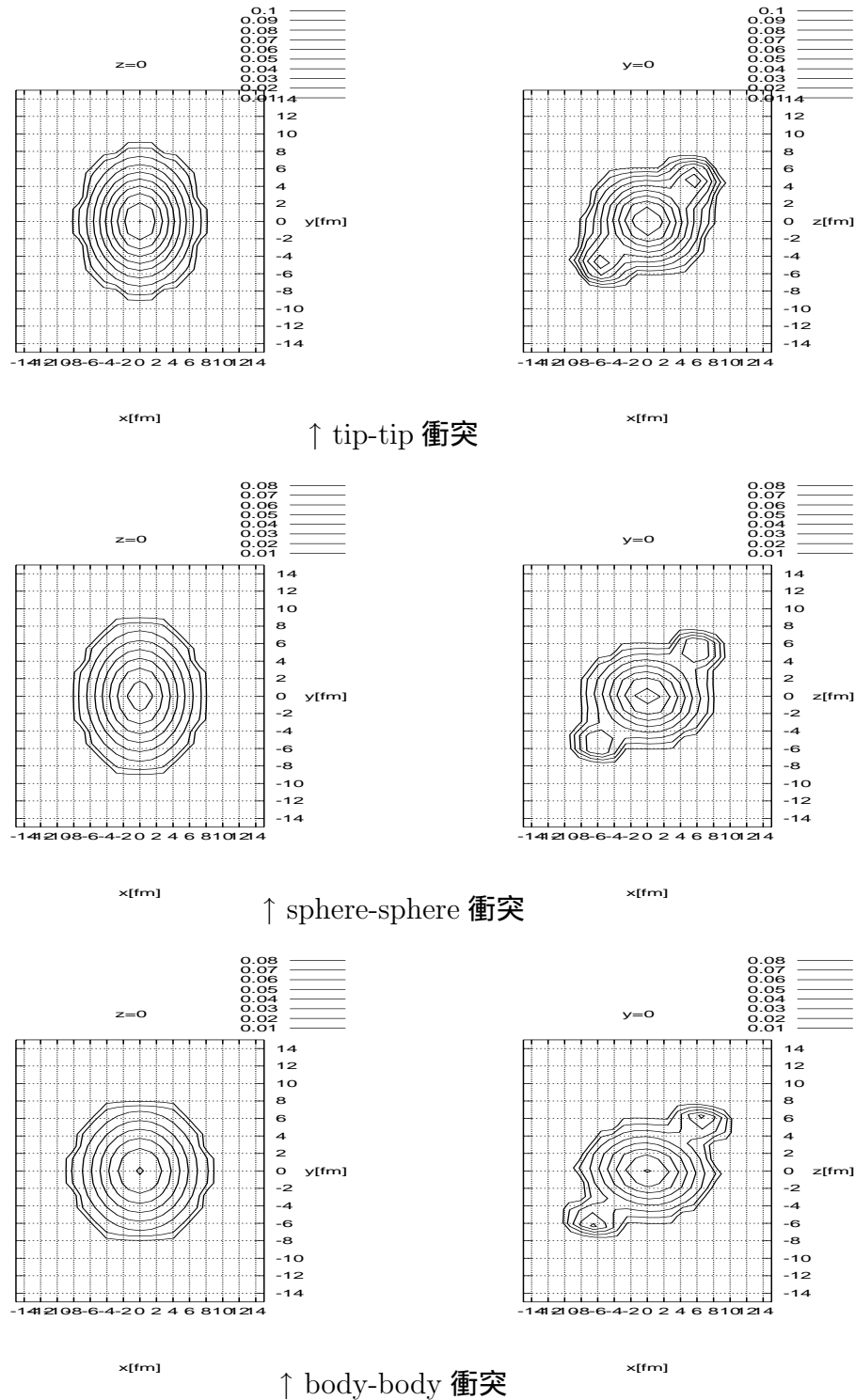


Figure 4.11: 入射エネルギー  $20[\text{GeV}/\text{nucleon}]$ 、衝突径数  $3[\text{fm}]$  での freeze-out hypersurface 内部の圧力  $[\text{GeV}/\text{fm}^3]$ 。内側の等圧線の方が圧力が高く、外側の等圧線で圧力が低い。時刻は計算の初期時刻から  $20[\text{fm}/c]$ (衝突後  $26[\text{fm}/c]$ )。左側は  $z=0$  面上、右側は  $y=0$  面上の図。

# Chapter 5

## 結論

この研究ではイベント・ジェネレータ URASiMA の計算結果を模した初期条件をもとに、相対論的流体模型の立場から変形ウラン原子核の衝突後の系の時間発展の様子を計算した。この計算によって、次のような結果を得た。

計算の初期時刻における衝突点でのエネルギー密度とバリオン数密度として、tip-tip 衝突、sphere-sphere 衝突、body-body 衝突の順に大きな値を用いて計算をすると、その後の時刻でも衝突点でのエネルギー密度とバリオン数密度はこの順位を保ったまま時間発展することが確認された。

また、 $v_2$  の衝突径数  $b$  に対する変化を調べると、 $v_2$  は  $b = 3 \sim 4[fm]$  で最大値を持つ山型の変化を示す。

また、 $v_2$  の入射エネルギー依存性を調べると、 $v_2$  が最大となる  $b$  の値は入射エネルギー  $20[GeV/nucleon]$  の場合の方が  $10[GeV/nucleon]$  の場合よりも小さい。

また、 $v_2$  の衝突のさせ方 (tip-tip 衝突/sphere-sphere 衝突/body-body 衝突) による違いを調べると、tip-tip 衝突および sphere-sphere 衝突では、in-plane elliptic flow が優勢であり、body-body 衝突では out-of-plane elliptic flow が優勢である。

今回の研究で得た結果では、図 4.7 を見ると分かるように、衝突径数  $b$  が 0 の場合、body-body 衝突で  $|v_2|$  が大きい。よって、衝突径数が 0 の場合は、body-body 衝突を解析するのが QGP 探索に有益であると考えられる。

また、衝突径数  $b$  が 0 以外の場合、 $10[GeV/nucleon]$  では  $3[fm]$ 、 $20[GeV/nucleon]$  では  $4[fm]$  で  $v_2$  の値が最大となる。この最大となる衝突径数よりもやや小さい衝突径数では tip-tip 衝突で  $|v_2|$  が大きい。したがって、この領域の衝突径数を解析する場合は tip-tip 衝突を解析するのが有益であると考えられる。

# Chapter 6

## 謝辞

指導教官の宮村教授には、相対論的流体力学の基礎知識を7月中旬頃から一対一で数ヶ月にわたって指導して頂きました。貴重な御時間を割いていただき、今振り返ると、お忙しい中よくおつき合いいただいたものだと思います。この基礎訓練で得た知識はその後の日常的な活動で様々な資料の内容を理解するのに大いに役立ちました。

また、相対論的流体模型による計算をやっておられる大学院生の野中さんは、10月下旬頃から私の指導者で、その頃から私は野中さんの下で論文を読んで、さらに計算機を用いた作業を徐々に始めましたが、野中さんはその中で生ずる様々な相談に応じてくださいました。また、この研究において用いられた相対論的流体模型の計算を行なうプログラムは野中さんが開発したもので、これがなければこの研究は成立し得ませんでした。

さらに、大学院生の佐々木さんの開発した URASiMA で、今回の研究で作成した初期条件の土台を作っていただきました。この研究で用いた初期条件はこの URASiMA の計算結果を模造したものです。今回、それなりに妥当な計算結果が出たのは、URASiMA の初期条件を模造して初期条件を作ったからだとは私は考えています。もし、自分の頭の中で練り上げただけの適当な初期条件を使っていたとすれば、惨澹たる結果になっていたと思います。また、佐々木さんからは科学論文の探し方も教わりました。

そして、杉立助教授と本間助手は、論文の中間発表の中で、有用な助言をくださいました。ありがとうございました。

同部屋の大学院生の梅田さんは、冗談のきつい方ですが、折に触れて気にかけてくださり、論文の作成の日程的な勘定のことやデータの管理などについての知識を経験に基づいて教えてくださいました。

大学院生の中村さんは、気さくな方で、たまに物理の話聞きに行くと、資料をかき回して答えてくれたりしました。また、研究とは直接関連しませんが、ご飯を一度おごってもらいました。



そのほか、逐一数え上げるときりがないくらい人のお世話になってこの研究は完成されました。みなさん、どうもありがとうございました。

# Bibliography

- [1] Bao-An Li, Uranium on uranium collisions at relativistic energies, nucl-th/9910030.
- [2] A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. II, P. 133, (Benjamin, New York, 1975).
- [3] J. D. Bjorken, Phys. Rev. D 27, 140 (1983)
- [4] F. Cooper and G. Frye, Phys. Rev. D 10, 186 (1974)