平成 29 年度卒業論文

インスタントン遷移に起因する
輻射現象の探索

広島大学理学部物理科学科
クォーク物理学研究室
学籍番号　　B143838

平原　祐輔

平成 30 年 4 月 4 日

指導教官　杉立　徹　教授
主査　　本間　謙輔　助教
副査　　嶋原　浩　教授

P4 から P64 まで現在非公開

目 次

第Ⅴ部

謝辞

本研究を進める上でお世話になった方々に厚く御礼を申し上げます。指導教官である本間先生からは実験・理論両側面から研究全般に関する基本まで、様々なご指導を賜りました。手厚く、そして時に厳しいご指導は、技術的な面でも学術的な面でも成長の糧となりました。ありがとうございました。研究室ミーティングにおける杉立先生からの数多くの助言は研究と向き合うにあたり、大変参考になりました。志垣先生には前期のラボエクササイズでお世話になりました。データテイキングやデータ解析など卒業研究のベースとなる技術や知識を身に付けることができました。三好先生にはセミナーで原子核物理学を学ばさせていただきました。また、同じ研究グループの先輩である豊田さん、信廣さんには普段の生活から研究に関することまで幅広くお世話になり、感謝の念に堪えません。特に豊田さんには実験の引き継ぎで大変お世話になりました。また、実験施設をお貸していただきました京都大学化学研究所・阪部研究室の皆様の御協力無しには、この研究を進めることはできなかったでしょう。このような場を提供していただいて、本当に助かりました。研究室生活についてですが、学生部屋ではくだらない話から真面目な話まで出来て、明るい研究室生活が楽しめました。このような生活を送れたのは、他でもない研究室の同期の皆様、および先輩方がいたからです。最後になりましたが、本研究に御協力いただいた皆様に心から感謝申し上げます。

付録

A 経路積分と分配関数

A.1 経路積分

量子論を扱う方法には大きく分けて二つ存在する。一つはオブザーバブルを正準交換関係を満たすエルミーと演算子に置き換える正準量子化、もう一つが本節で扱う経路積分である。ある粒子の時間発展を追った時、古典力学では各時刻において作用が最小になるような軌道を描く。このような軌道はエネルギー保存を満たすように描かれる。ところが、量子力学的に扱うと、不確定性原理 $\Delta E \Delta t \geq \hbar$ より、短い時間においてはエネルギーの揺らぎが許されるため、始点から終点まで行くには古典経路以外にも無数の経路を考えることができる。経路積分では、これら無数の経路の合成を計算することで、系の記述を行う。経路積分では、状態 $|\phi_i\rangle$ から $|\phi_f\rangle$ への遷移振幅 $G(\phi_f, t; \phi_i, 0)$ は次式のように表される。

$$G(\phi_f, t : \phi_i, 0) = \langle\phi_f| e^{-i\hat{H}t/\hbar} |\phi_i\rangle = \int \mathcal{D}\phi \exp\left[\frac{i}{\hbar}\int_0^t dt' L[\phi]\right] \tag{70}$$

ここで、経路の境界条件は、$\phi(t) = \phi_f, \phi(0) = \phi_i$ である。

A.2 虚時間形式

経路積分で系を記述するメリットの一つに、摂動でない現象を扱えることが挙げられる。 後に登場する登場するインスタントンも非摂動の現象である。インスタントンを記述するには、3+1 次元ミンコフスキー空間から 4 次元ユークリッド空間に移行して経路積分を議論する必要がある。ミンコフスキー空間の計量は $x_\mu x^\mu = t^2 - |\mathbf{x}|^2$ であるが、ここで時間 t を

$$t \to -i\tau \tag{71}$$

という風に置換する (τ は実数)。これはミンコフスキー時間 t を虚数軸上に制限し、虚時間を導入したことに相当する。複素平面上では 90 度回転を表し、この操作は wick 回転と呼ばれる。wick 回転後の計量は $|x_E|^2 = \tau^2 + |\mathbf{x}|^2$ となるため、虚時間の導入によって、ユークリッド空間に移行したたことになる。ユークリッド空間での経路積分は

$$G(\phi_f, -i\tau; \phi_i, 0) = \langle\phi_f| e^{\hat{H}\tau/\hbar} |\phi_i\rangle = \int \mathcal{D}\phi \exp\left[-\frac{1}{\hbar}\int_0^\tau dt' L_E[\phi]\right] \tag{72}$$

と記述できる。指数の肩の作用積分は、例えば 1+1 次元スカラー場であれば、

$$S[\phi] = \int dt \int \mathbf{x} \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial \mathbf{x}}\right)^2 - \frac{1}{2}m^2\phi\right\} \tag{73}$$

$$\to i\int d\tau \int \mathbf{x} \left\{\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\phi}{\partial \mathbf{x}}\right)^2 + \frac{1}{2}m^2\phi\right\} = iS_E[\phi] \tag{74}$$

と変換を受ける。経路の境界条件は、$\phi(\tau) = \phi_f, \phi(0) = \phi_i$ である。

A.3　分配関数

ユークリッド空間における経路積分は統計力学と対応づけられる。分配関数は

$$Z(\beta) = \sum_n e^{-\beta \hat{E}_n} = \sum_n \langle n| e^{-\beta \hat{H}_n} |n\rangle \tag{75}$$

と表される。二つ目のイコールには、ハミルトニアン $\hat{H}$ の固有状態 $|n\rangle$ について成立する固有方程式 $\hat{n}\,|n\rangle = E_n\,|n\rangle$ から得られる

$$e^{-\beta \hat{H}} |n\rangle = e^{-\beta E_n} |n\rangle \tag{76}$$

を用いた。場の演算子 $\phi(x)$ の固有状態 $|\phi(x)\rangle$ は完全系

$$1 = \int d\phi\, |\phi\rangle \langle\phi| \tag{77}$$

をなすことを利用して分配関数を変形すると、

$$\begin{aligned} Z(\beta) &= \sum_n \langle n| e^{-\beta \hat{H}_n} |n\rangle = \int d\phi \sum_n \langle n|phi\rangle \langle\phi| e^{-\beta \hat{H}} |n\rangle \\ &= \int d\phi \sum_n \langle\phi| e^{-\beta \hat{H}} |n\rangle \langle n|\phi\rangle = \int d\phi\, \langle\phi| e^{-\beta \hat{H}} |\phi\rangle \end{aligned} \tag{78}$$

となる。式 (78) と式 (72) と比較すると、虚時間形式の遷移振幅で τ を $\beta\hbar$ で置き換え、さらに始状態と終状態を同じにすると、分配関数が得られることがわかる。よって、分配関数は

$$Z(\beta) = \int d\phi G(\phi, -i\beta\hbar; \phi, 0) = \int \mathcal{D}\phi \exp\left[-\frac{1}{\hbar}\int_0^\beta dt' L_E[\phi]\right] \tag{79}$$

である。終状態と始状態が一致しているため、経路の境界条件は、$\phi(\beta) = \phi(0)$ となる。これは周期的境界条件であるため、最終的な分配関数は整数 k を用いて

$$Z(\beta) = \int_{\phi(\beta)=\phi(0)+2\pi k} \mathcal{D}\phi \exp\left[-\frac{1}{\hbar}\int_0^\beta dt' L_E[\phi]\right] \tag{80}$$

となる。