

2023 年度卒業論文

Hanbury Brown and Twiss 干渉を用いた
量子色力学特異状態の観測に向けた基礎研究

2024 年 2 月 8 日

指導教員 志垣 賢太 教授
主査 志垣 賢太 教授
副査 野中 千穂 教授

広島大学
クォーク物理学研究室

学籍番号 B203577

氏名 山内 航

概要

Hanbury Brown and Twiss (HBT) 干渉を応用して、量子色力学 (QCD) 特異状態の観測に向けた基礎研究を行った。

もともと HBT 干渉は天体からの光の相関を見ることでその大きさを推定する手法であるが、高エネルギー重イオン衝突実験においては生成粒子源の大きさ、形状、時空発展などを探る手法として応用される。

そこで本研究では、この効果を用いて最近新たに存在が提案された一定周期の密度濃淡を持つ QCD 特異状態^[1] の観測可能性を議論する。まずはシミュレーション上での粒子衝突によって生成した量子相関効果が含まれていない粒子に対し HBT 干渉効果を再現するようにコードを作成した。図1は密度変調を加えない場合について計算した二粒子相関関数を示している。

本論文では、この HBT 干渉効果の導入に関する詳細について記述し、その後の密度変調の導入について議論する。

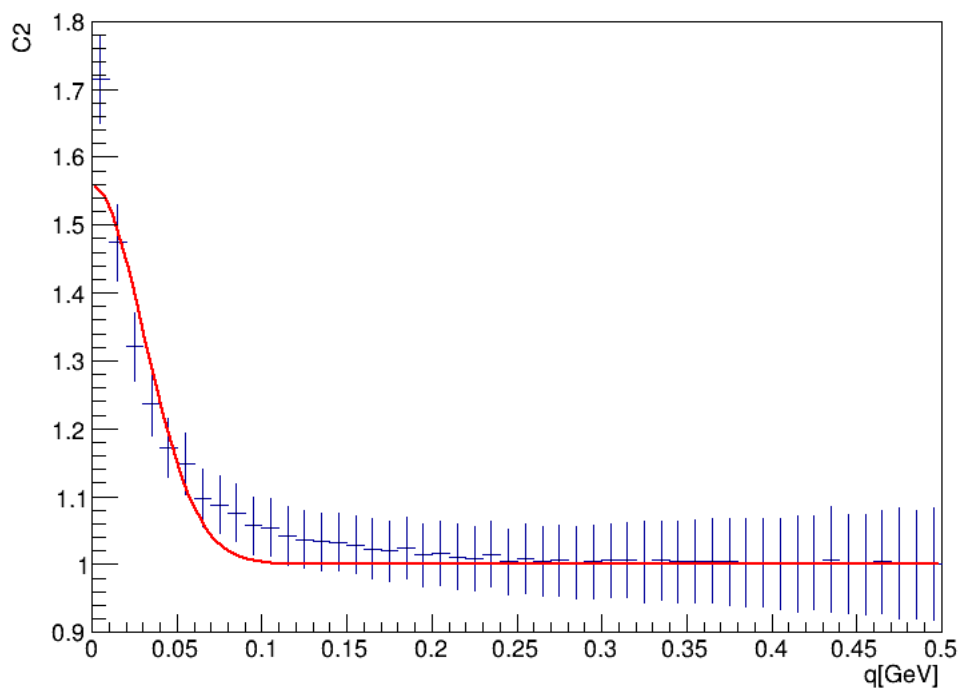


図1 密度変調を加えない場合について計算した二粒子相関関数

目次

1	序論	3
1.1	素粒子物理学の基礎知識	3
1.1.1	基本相互作用	3
1.1.2	標準模型	3
1.1.3	量子色力学	3
1.2	高エネルギー重イオン衝突実験	4
1.2.1	クォーク・グルーオン・プラズマ	5
1.2.2	原子核衝突後の時空発展	5
1.3	Hanbury Brown and Twiss 干渉	6
1.3.1	HBT 干渉からの二粒子相関関数の導出	6
2	目的・実験方法	9
2.1	目的	9
2.2	数値実験環境	9
2.3	数値実験方法	10
2.4	数値実験上で用いたデータセット	11
3	結果	14
3.1	変調を加えていない場合の二粒子相関関数	14
3.2	変調を加えた場合の二粒子相関関数	16
3.3	統計量を増やした $\Delta q = 1\text{MeV}$ での二粒子相関関数	18
3.4	λ の値を変えた場合	19
4	考察	20
4.1	二粒子相関関数の整合性について	20
4.2	二粒子相関関数の運動量フィルターによる違い	21
4.3	今後の課題と展望	23
4.3.1	課題	23
4.3.2	展望	23
	謝辞	24
	参考文献	25

1 序論

本論文で必要な知識について説明する。

1.1 素粒子物理学の基礎知識

1.1.1 基本相互作用

自然界には4つの基本相互作用があることが知られている[2]。

1. 強い相互作用:

強い相互作用はクォーク (反クォーク) やハドロンなどの間でグルーオンを媒介として作用する。記述する場の量子論として量子色力学 (1.1.3) がある。

2. 電磁相互作用:

電荷をもつ粒子間で光子を媒介に作用する。マクスウェルの電磁気学により記述される。

3. 弱い相互作用:

クォーク (反クォーク) やレプトンの中で弱ボソンを媒介として作用する。現象の例としてはベータ崩壊などがあり、パリティ対称性を破る唯一の基本相互作用である。ワインバーグ-サラム理論によって電磁相互作用と統一され、電弱相互作用とも呼ばれる。

4. 重力相互作用:

全ての粒子に作用する。上記の3つの相互作用はそれぞれの相互作用に対応したゲージ粒子がクォークやレプトンの中で交換されることにより力が働くこととされているが重力相互作用に対応するゲージ粒子 (重力子と呼ばれる) は発見されていない。

	強い相互作用	電磁相互作用	弱い相互作用	重力相互作用
影響を受ける粒子	(反) クォーク、ハドロン	荷電粒子	クォーク、レプトン	全ての粒子
媒介する粒子	グルーオン	光子	弱ボソン (Z,W)	-

表1 基本相互作用一覧

1.1.2 標準模型

標準模型とは、現在提唱されている上記の4つの基本相互作用のうち強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の3つを記述するためのモデルである。標準模型の素粒子を図2に示す。3つのクォークによって構成される粒子をバリオン、クォークと反クォークの2つによって構成される粒子をメソンと呼ぶ。

1.1.3 量子色力学

量子色力学とはクォークとグルーオンの強い相互作用を記述する場の量子論である。具体的には、クォーク及びグルーオンが色荷を持つとし、クォークがグルーオンを介して色荷を交換し合うことで強い相互作用が発生すると考えるものである。核力やクォークの閉じ込めなどの束縛状態は量子色力学によって理解することができる。[4]

素粒子の標準模型

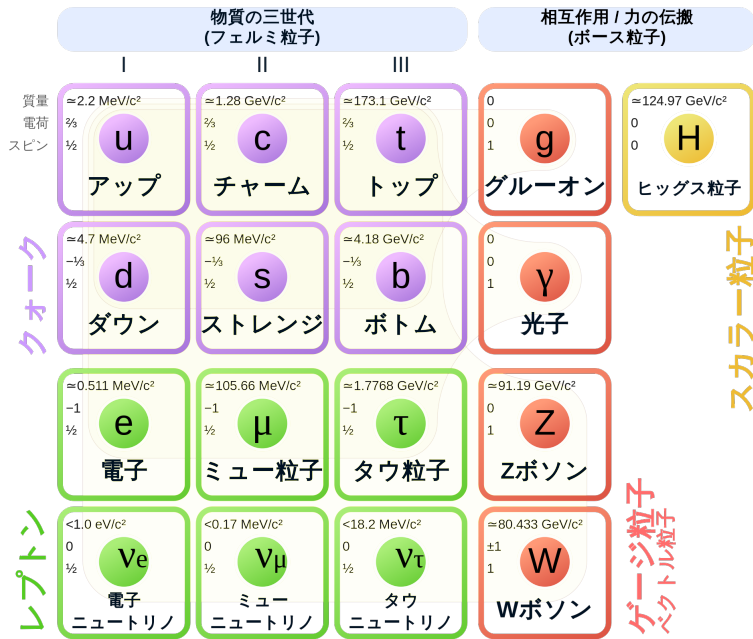


図2 素粒子標準模型—[3]

1.2 高エネルギー重イオン衝突実験

高エネルギー重イオン衝突実験は金や鉛などの重いイオンを加速器を用いて加速し衝突させる実験で、スイスのジュネーブにある The Large Hadron Collider (LHC) やアメリカのブルックヘブン国立研究所 (BNL) にある Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) といった大型の加速器施設で行っている (図3、図4)。粒子衝突直後は高温高エネルギーの状態が生成され、この状態は初期宇宙を微小な大きさと再現している。これによりクォークやグルーオンの閉じ込めからの解放と、その後の粒子生成などの時間発展について探索することができる。

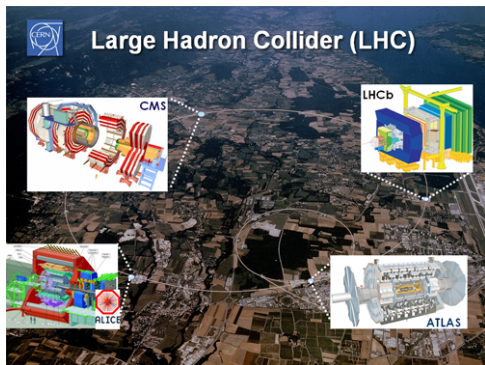


図3 LHC[5]

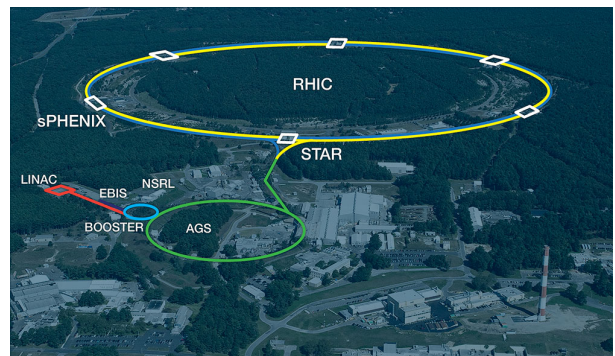


図4 RHIC[6]

1.2.1 クォーク・グルーオン・プラズマ

高温、高密度下ではクォークおよびグルーオンは閉じ込めから解放さればらばらの状態、つまりプラズマ状態であったと考えられている。この状態のことをクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) と呼ぶ。QGP は高エネルギー重イオン衝突によっても作られる。高温側と高密度側における QGP の相構造とどのような実験がどこで行われているのかを図5に示す。

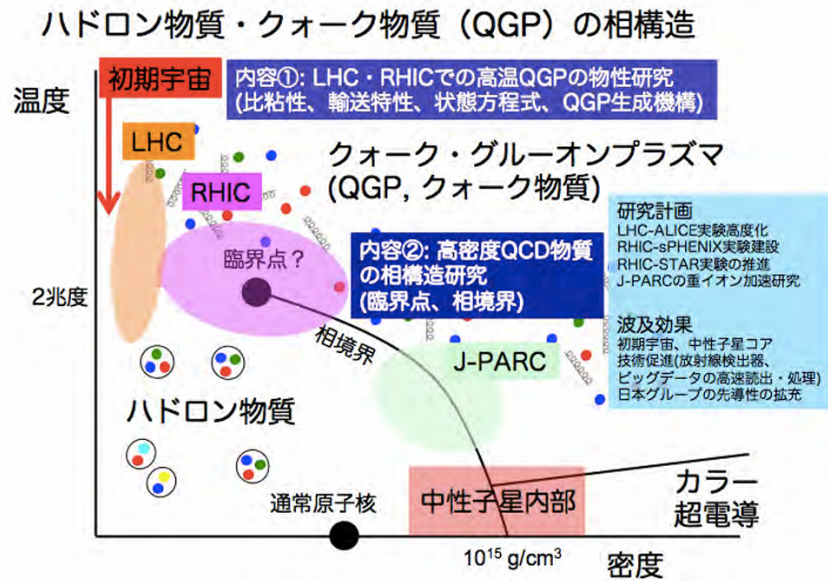


図5 QGP の相構造^[7]

1.2.2 原子核衝突後の時空発展

原子核衝突後の時空発展は図6のようにになっている。

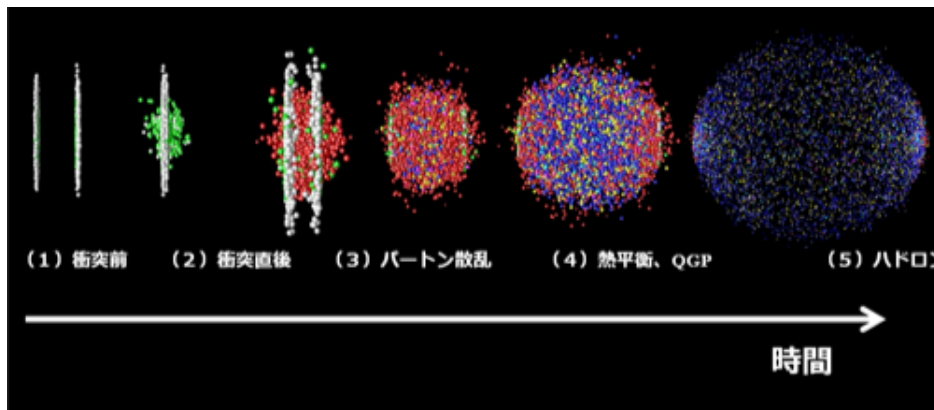


図6 衝突後の時空発展^[8]

(1)~(5) の流れについて説明する。

- (1) 衝突前。粒子同士が近づいている。
- (2) 衝突直後。
- (3) パarton (クォークおよびグルーオン) 同士で散乱が起こる
- (4) 熱平衡に達し QGP が生成される。
- (5) 温度が下がり、QGP 相がハドロン相に相転移をする。

1.3 Hanbury Brown and Twiss 干渉

1950 年代初頭に Hanbury Brown と Twiss はコヒーレントな光線における二つの光子間の強度相関によって明るい恒星の角径を測定する技術を発明した^[9]。そのためこの二粒子干渉法は彼らの名前をとり Hanbury Brown and Twiss (HBT) 干渉と呼ばれる。素粒子物理学の分野では、G. Goldharber、S. Goldharber、W. Lee および A. Pais によって独自に研究、発見された^[10]。

具体的には原子核実験において、膨張効果を含む測定された粒子相関関数を介して、粒子放出のソースサイズを推測するために利用される。

1.3.1 HBT 干渉からの二粒子相関関数の導出

二粒子相関関数とは 2 つの粒子同士がどのように相互作用をするのかを示すものであり、二粒子が同時に存在する確率と二粒子のそれぞれの存在確率の積との比で定義される。粒子の存在確率 P を用いると二粒子相関関数 C_2 は

$$C_2 = \frac{P(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)} \quad (1.3.1)$$

と書くことができる。ここでは粒子 1,2 が四次元運動量 p_1, p_2 を持つて時空点 r_1, r_2 から l の間隔で放出され、 L 移動した後に x_1, x_2 にある検出器で検出されたという状況を考えている (図7を参照)。

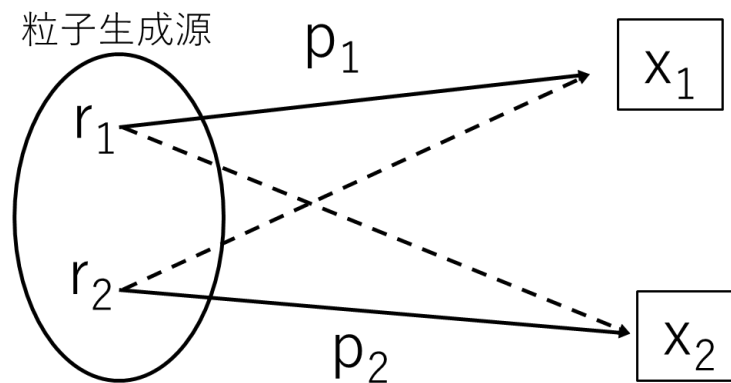


図7 検出のシチュエーション^[11]

$l \ll L$ のとき粒子の識別は困難である。そこで粒子の放出が独立であるとする二つの同種粒子が検出さ

れる確率振幅は

$$\psi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ A(p_1, x_1) A(p_2, x_2) e^{-ip_1(x_1-r_1)} e^{-ip_2(x_2-r_2)} \pm A(p_1, x_2) A(p_2, x_1) e^{-ip_1(x_2-r_1)} e^{-ip_2(x_1-r_2)} \} \quad (1.3.2)$$

と書くことができる。(+:boson, -:fermion)

これを用いて二粒子の存在確率 $P(p_1, p_2)$ を書き下すと

$$\begin{aligned} P(p_1, p_2) &= \int \rho(r_1) \rho(r_2) |\psi_{12}|^2 d^4 r_1 d^4 r_2 \\ &= \int \rho(r_1) \rho(r_2) A^2(p_1, x_1) A^2(p_2, x_2) d^4 r_1 d^4 r_2 \pm |\rho(r) A(p_1, r) A(p_2, r) e^{-ir(p_1-p_2)}|^2 d^4 r \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

となる。一粒子についても考えると

$$\psi = A(p, x) e^{-ip(x-r)} \quad (1.3.4)$$

$$P(p) = \int \rho(r) |\psi|^2 d^4 r \quad (1.3.5)$$

となる。

式(1.3.3), (1.3.5)を式(1.3.1)に代入することで

$$C_2 = 1 \pm \frac{|\int \rho(r) A(p_1, r) A(p_2, r) e^{-ir(p_1-p_2)} d^4 r|^2}{\int \rho(r_1) A^2(p_1, r_1) \rho(r_2) A^2(p_2, r_2) d^4 r_1 d^4 r_2} \quad (1.3.6)$$

とすることができる。

ここで粒子の分布がガウス分布

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi^2 R^4} e^{-\frac{r^2}{2R^2}} \quad (1.3.7)$$

であると仮定すると、 ρ のフーリエ変換を用いることで式1.3.6は

$$\begin{aligned} C_2 &= 1 \pm \lambda e^{-R^2 q^2} \\ &= 1 \pm \lambda e^{-(R_x^2 q_x^2 + R_y^2 q_y^2 + R_z^2 q_z^2 + \sigma_t^2 q_0^2)} \end{aligned} \quad (1.3.8)$$

と書き換えることができる。(図8と図9に fermion と boson それぞれについて関数の形を示す。) ここで R はソースサイズのガウス幅であり粒子の位置に相当する。また q は相対運動量であり、 σ_t と q_0 は

$$\sigma_t = t_1 - t_2 \quad (1.3.9)$$

$$q_0 = E_1 - E_2 \quad (1.3.10)$$

で定義される。 λ は chaoticity パラメータである。

また二粒子相関関数を求める際に y 軸方向の変調を見るために x, z 軸方向に対する運動量フィルター

$$\Delta q \leq \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \quad (1.3.11)$$

を導入する。

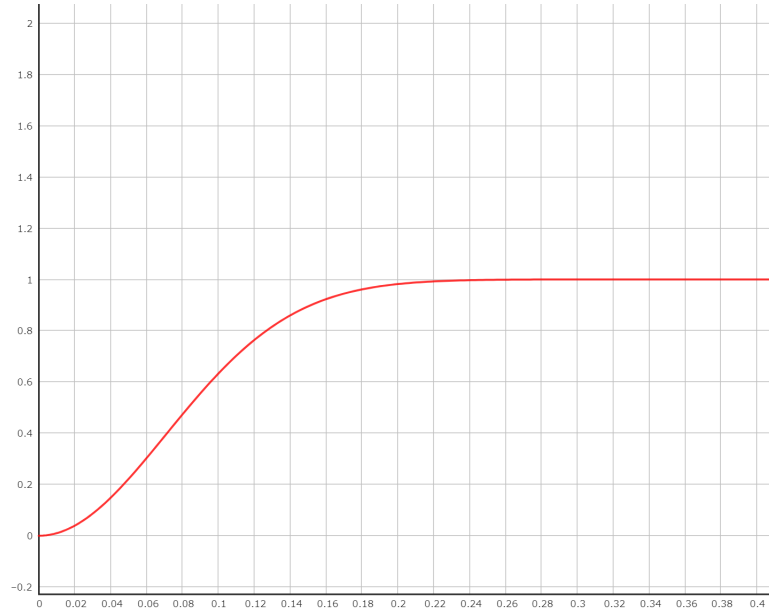


図8 fermion の相関関数 ($R=10 \text{ fm}, \lambda=1$)

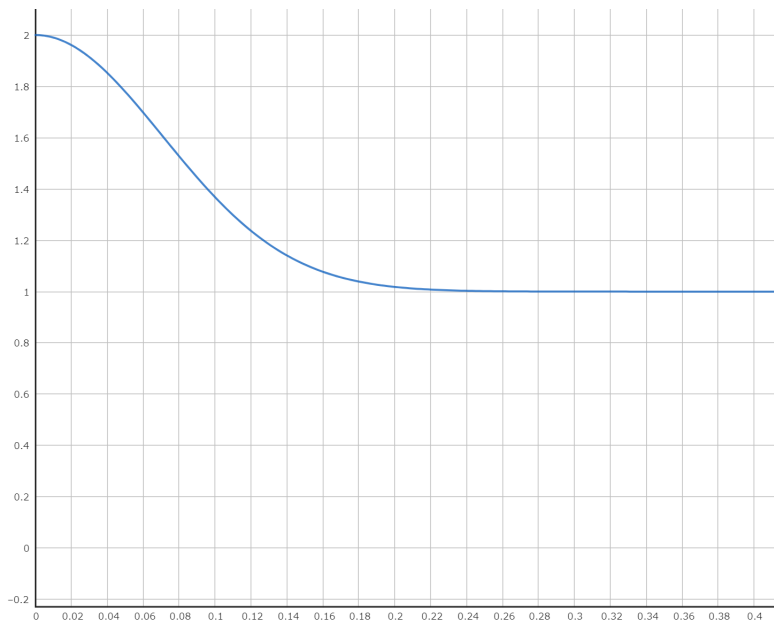


図9 boson の相関関数 ($R=10 \text{ fm}, \lambda=1$)

2 目的・実験方法

2.1 目的

原子核衝突後の時空発展について理解することは宇宙の始まり及び原子核の質量起源を探るうえで重要である。ソースサイズについて理解することも課題のうちの一つである。

本研究では HBT 干渉を用いて最近新たに存在が提案された原子核衝突後のソースにおける一定周期の密度濃淡を持つ QCD 特異状態である Chiral Soliton Lattice (CSL) 状態^[1]の観測可能性の議論を目的としている。

CSL 状態とは磁場によって回転対称性の明示的な破れが存在する状態で、中性子星の深いコアや高密度を実現する中間エネルギーの強い磁場を伴った重イオン衝突で作られる一過性の物質に存在する可能性が示唆されている。

そこで HBT 相関を図10のような SCL 的な変調を持った粒子源に導入することで、その効果が実際の実験で相関関数にどのように表れるのかということを探ることは有意義である。

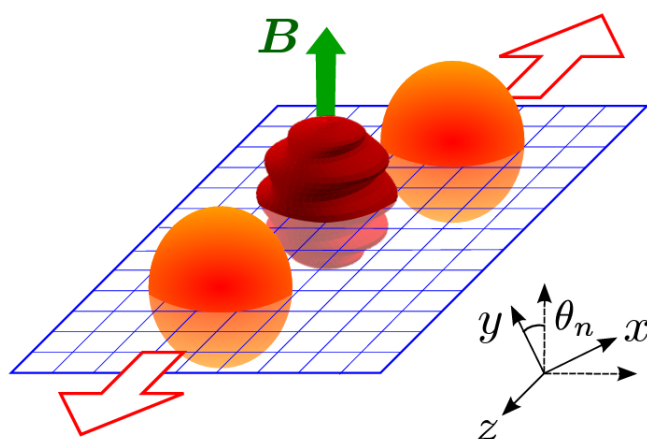


図10 非中心衝突における予想される変調を含んだ衝突形状^[1]

そのためにまず本論文では、シミュレーション上での粒子衝突によって生成された量子相関効果が含まれていない粒子に対し HBT 干渉効果を再現するようにコードを作成し、導入することについて記述する。その後変調を加えたデータについても作成したコードを導入する。

2.2 数値実験環境

AMPT モデルを用いてシミュレーション上で重心衝突エネルギー $\sqrt{s_{NN}} = 39\text{GeV}$ の Au-Au 衝突 1000 イベントを生成した。衝突パラメータ b は $3.0\text{ fm} < b < 4.0\text{ fm}$ の範囲である。

2.3 数値実験方法

シミュレーション上で生成した粒子の中から π^+ を選択し使用する。選択した π^+ 同士でペアを作り、そこに粒子相関を導入することでシミュレーション上の粒子情報に HBT 干渉を再現する。

相関関数は式1.3.8から求めることができる。(今回は π^+ (boson) を選択するため土の部分には + になる)

シミュレーションのデータとしては粒子の情報として種類、位置 xx,xy,xz 、放出時間 xt 、運動量 px,py,pz 、エネルギー ene 、質量 $mass$ が与えられる。これらを用いて粒子の運動量及びその時の相関関数の値を計算するためのコードを python にて作成する。概形を図11に示す。

```
for i in range(0, particle_number):
    for j in range(i, particle_number):
        if i != j:
            dx = (xx[i]-xx[j])/0.197
            dy = (xy[i]-xy[j])/0.197
            dz = (xz[i]-xz[j])/0.197
            dt = (xt[i]-xt[j])/0.197

            dpx = px[i]-px[j]
            dpy = py[i]-py[j]
            dpz = pz[i]-pz[j]

            q0 = ene[i]-ene[j]

            dq = math.sqrt(dpx*dpx+dpz*dpz)

            if dq <= limit:

                C2 = 1 + Lambda*math.exp((-dx*dx*dpx*dpx-dy*dy*dpy*dpy-dz*dz*dpz*dpz-dt*dt*q0*q0))
                q = math.sqrt(dpx*dpx + dpy*dpy + dpz*dpz)
```

図11 python 上で C_2 を計算するためのコード

ここで各相対座標が 0.197 で割られているのは位置が fm で与えられ、運動量が GeV で与えられているので、位置を $\hbar c = 197\text{MeV fm}$ で割ることによって指数を無次元にするためである。

計算したデータから相関関数を求める方法については、まず単純な運動量の一次元ヒストグラム (hist1) と、式1.3.8を用いて計算した C_2 によって重みづけした運動量の一次元ヒストグラム (hist2) を作成する。そして hist2 を hist1 で割ることで相関関数を求める。コードを図12に示す。

```

histq = ROOT.TH1F("histogram","pi_q",bin,0,100)
for i in tqdm(range(len(q))):
    histq.Fill(q[i])

hist_weight = ROOT.TH1F("histogram","pi_q_weight",bin,0,100)
for i in tqdm(range(len(q))):
    hist_weight.Fill(q[i],C2q[i])

hist_result = hist_weight.Clone("hist_result")
hist_result.Divide(histq)

canvas_C2_nomod = ROOT.TCanvas("name","title",800,600)

canvas_C2_nomod.cd()
hist_result.SetStats(0)
hist_result.SetTitle("")
hist_result.GetAxis().SetRangeUser(0,0.5)
hist_result.GetAxis().SetTitle("q[GeV]")
hist_result.GetAxis().SetRangeUser(0.9,2.0)
hist_result.GetAxis().SetTitle("C2")
hist_result.Draw("E")
canvas_C2_nomod.Draw()

```

図12 python上でヒストグラムを作成するためのコード

この相関関数を求める手順を変調を加えていないデータと変調を加えたデータの両方で行い、それを比較する。変調は図10に示すように y 軸に沿う形でかける。

2.4 数値実験上で用いたデータセット

変調前後の粒子分布を以下に示す。

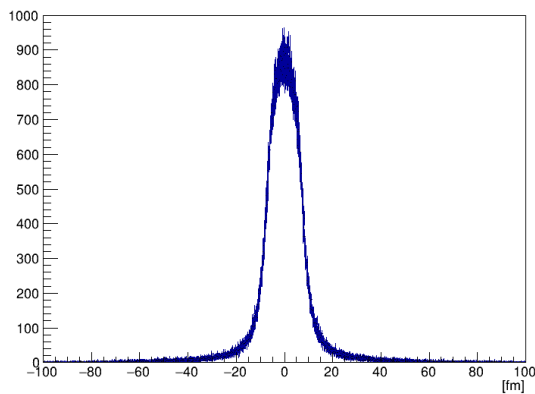


図13 x 分布 (変調無)

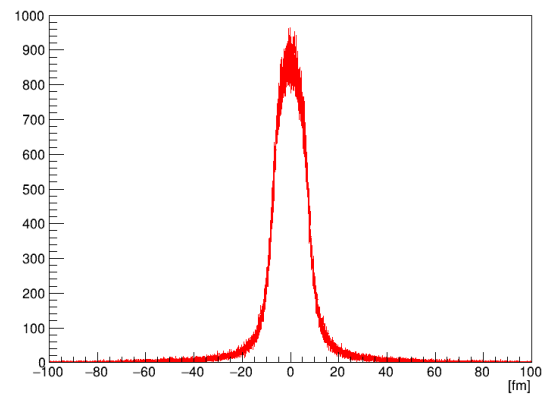


図14 x 分布 (変調有)

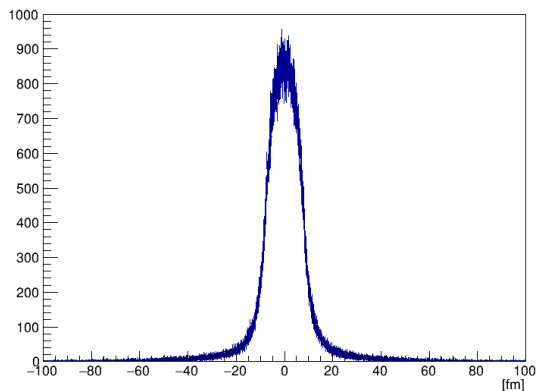


図15 y 分布 (変調無)

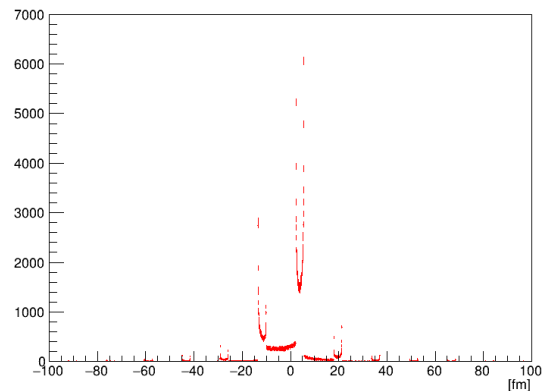


図16 y 分布 (変調有)

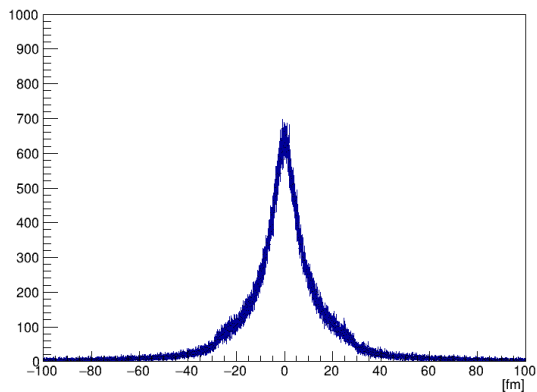


図17 z 分布 (変調無)

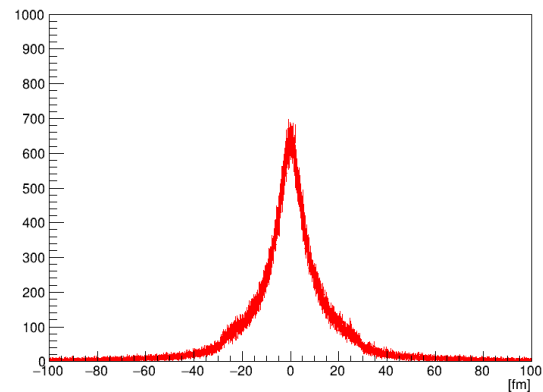


図18 z 分布 (変調有)

図15と図16から y 分布について濃淡の密度変調を加えていることが分かる。

x, y, z を用いて位置 r もプロットする。

また、粒子密度を $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ と $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ についてプロットすると以下ようになる。

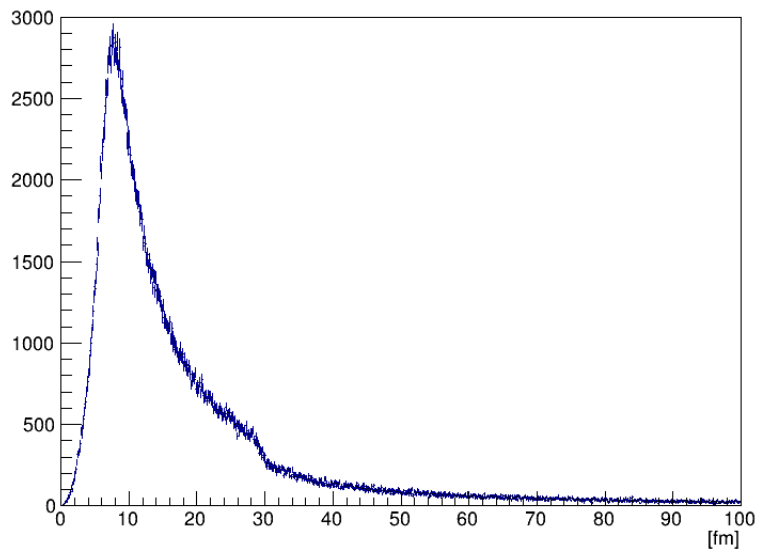


図19 r 分布

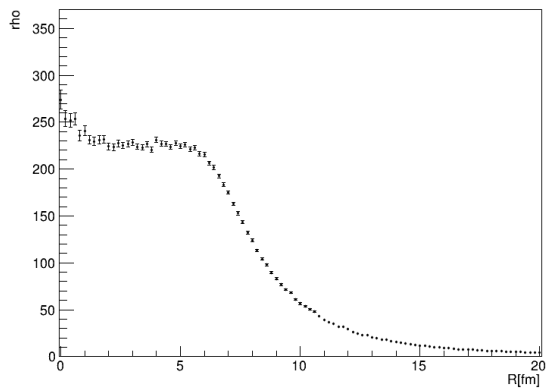


図20 $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ の場合

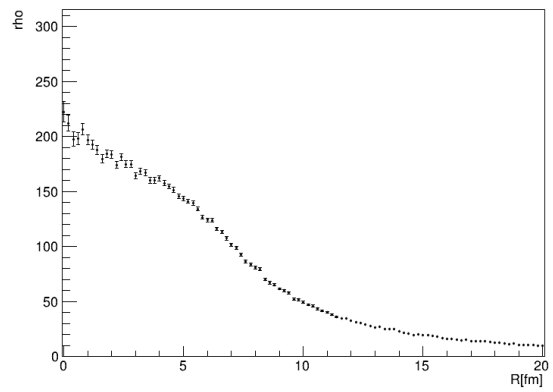


図21 $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ の場合

3 結果

運動量について制限を加えない場合と $\Delta q = 3\text{MeV}$ 、 $\Delta q = 1\text{MeV}$ の場合について二粒子相関関数を求めた。その結果が以下の図である。($\lambda=1$ 、 $\pi^+1 \times 10^4$ 個でペアを作成)

3.1 変調を加えていない場合の二粒子相関関数

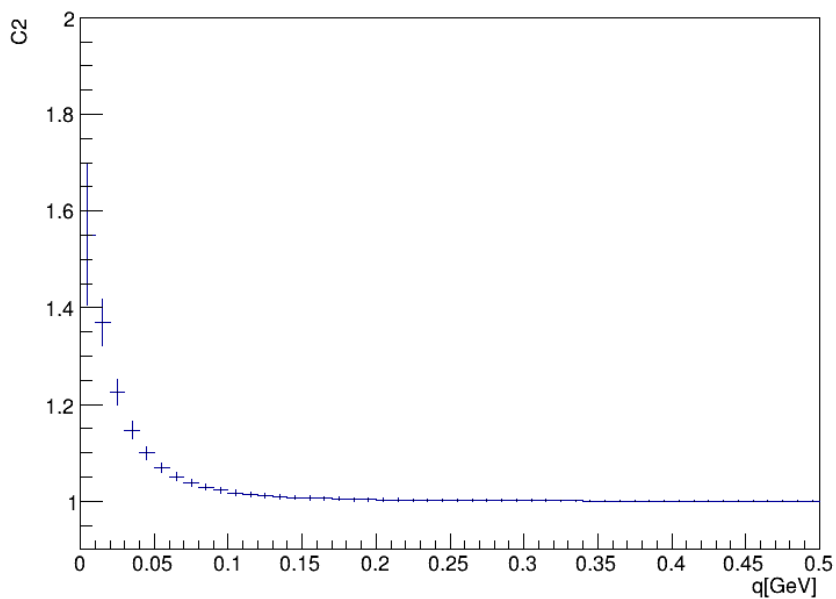


図22 運動量フィルターをかけていない場合

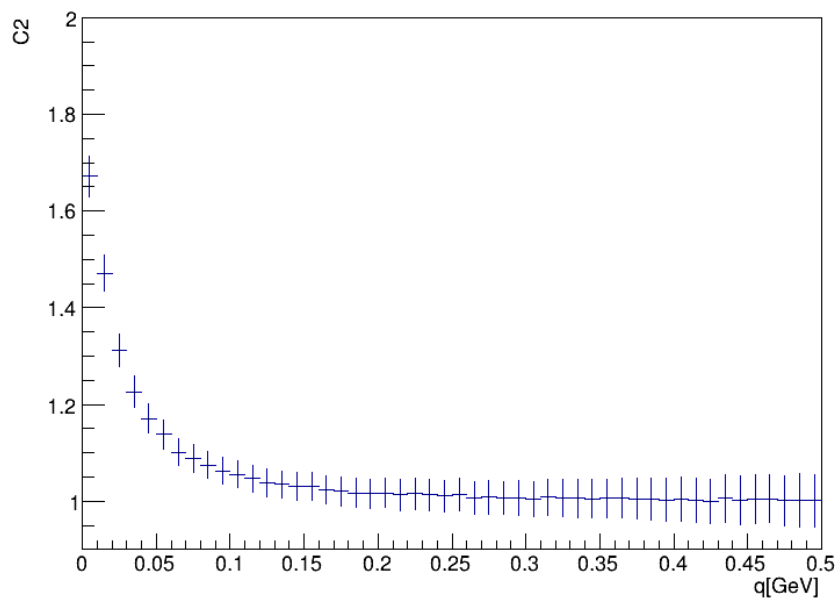


图23 $\Delta q = 3\text{MeV}$

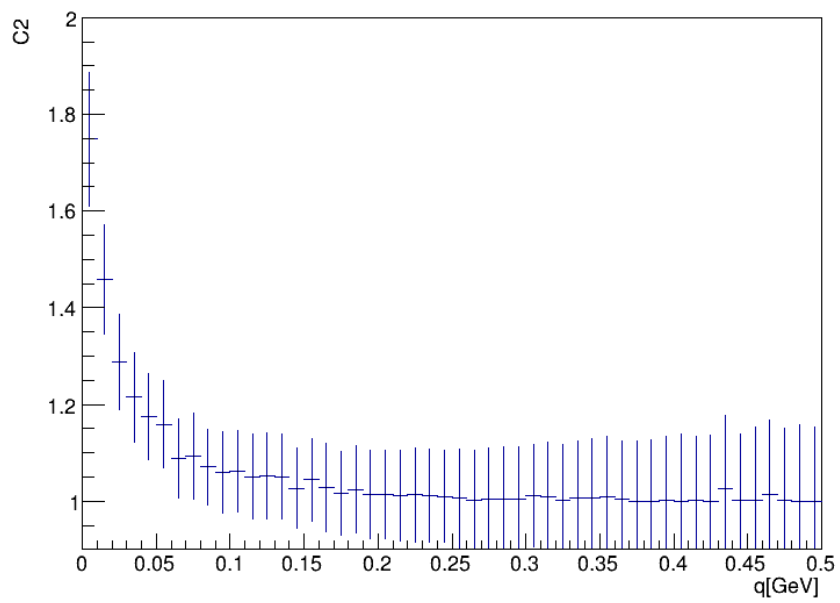


图24 $\Delta q = 1\text{MeV}$

3.2 変調を加えた場合の二粒子相関関数

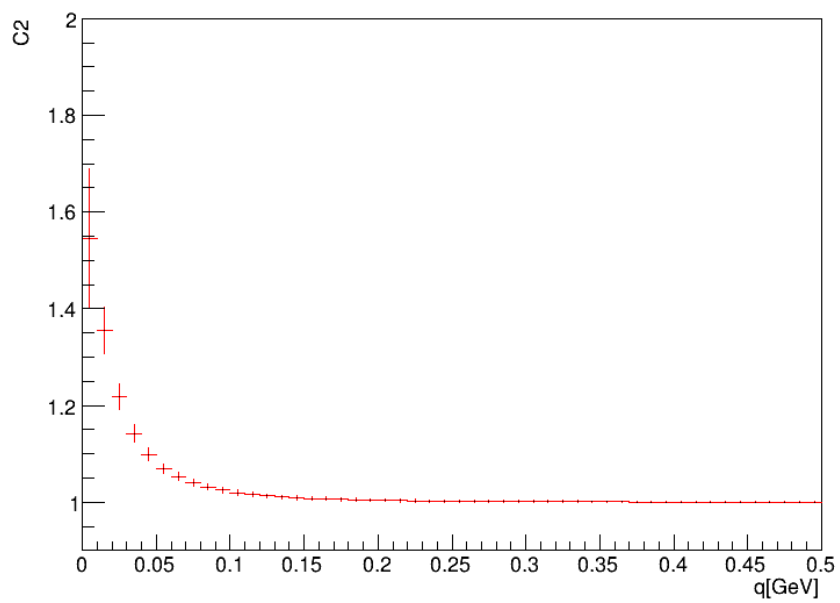


図25 運動量フィルターをかけていない場合

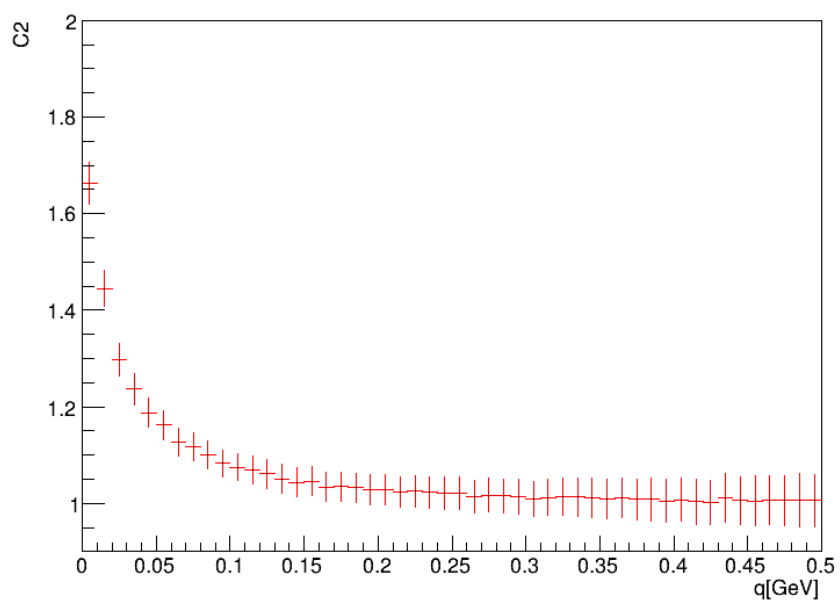


図26 $\Delta q = 3\text{MeV}$

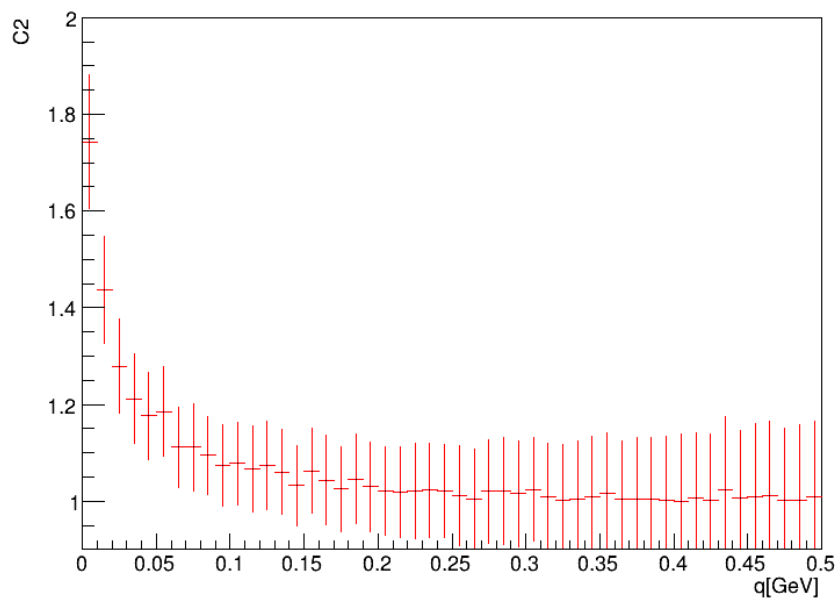


图27 $\Delta q = 1\text{MeV}$

3.3 統計量を増やした $\Delta q = 1\text{MeV}$ での二粒子相関関数

$\pi^+ 1 \times 10^4$ 個でペアを作成した場合について示す。

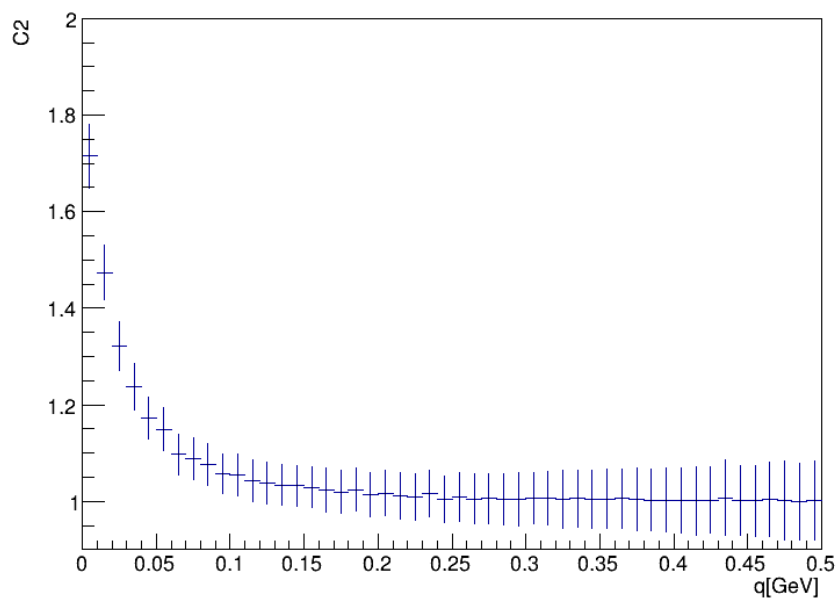


図28 変調無

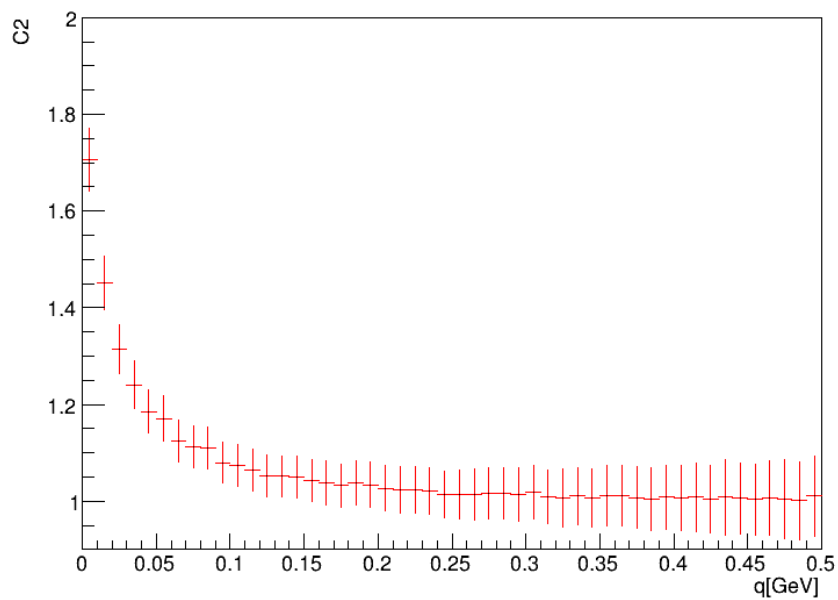


図29 変調有

3.4 λ の値を変えた場合

図25について $\lambda = 0.5$ の場合を示す。

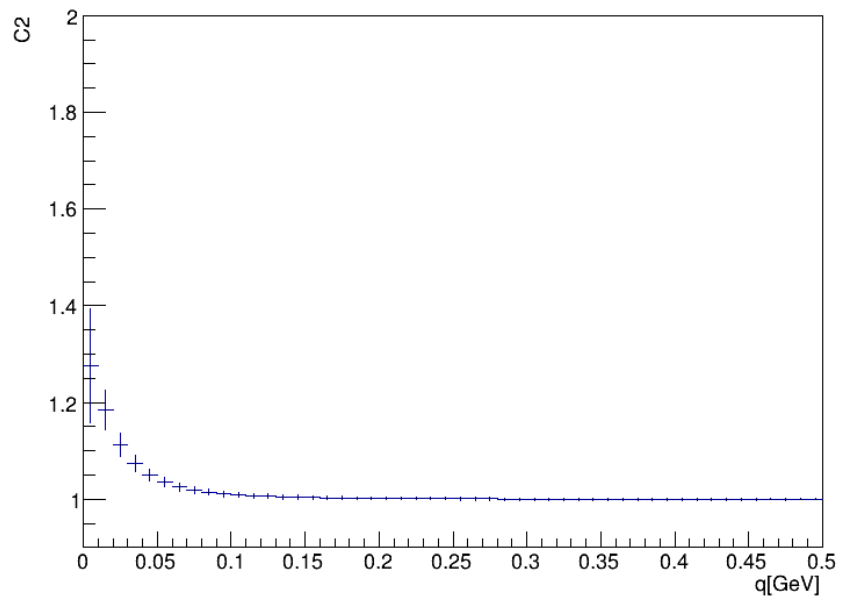


図30 $\lambda = 0.5$

4 考察

4.1 二粒子相関関数の整合性について

まず変調を加えていない場合の二粒子相関関数について、その整合性を考える。

図25について幅を考える。ガウス分布での半値全幅 (FWHM) を今回の式に適用すると

$$FWHM = \frac{\sqrt{\ln 2}}{R} \quad (4.1.1)$$

となる。FWHM を図25よりおおよそ 0.03 とすると

$$R \approx 7fm \quad (4.1.2)$$

と求められる。これは図19のピークの位置と比べ、妥当な値であると考えられる。

λ についても考えると、図25と図30から実際の実験のデータにおいて、そのソースに応じて高さを調整することができることが分かる。

しかし、粒子の分布について、図20と図21を見ると分布がウッズサクソン分布に従っていることを示している。最初に相関関数から考えたソースサイズについて述べたが、この相関関数はガウス分布を仮定した場合のものなのでこの影響についても考える必要がある。

4.2 二粒子相関関数の運動量フィルターによる違い

次に変調前後の二粒子相関関数について比較していく。節3.1、節3.2にある変調前後の二粒子相関関数を重ねると以下ようになる。青いプロットが変調前、赤いプロットが変調後の結果を示している。

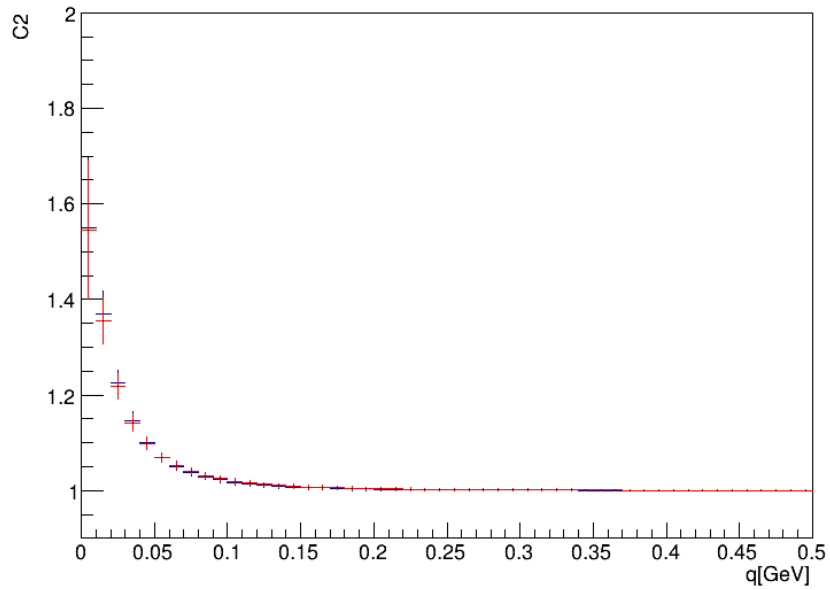


図31 運動量フィルターをかけていない場合

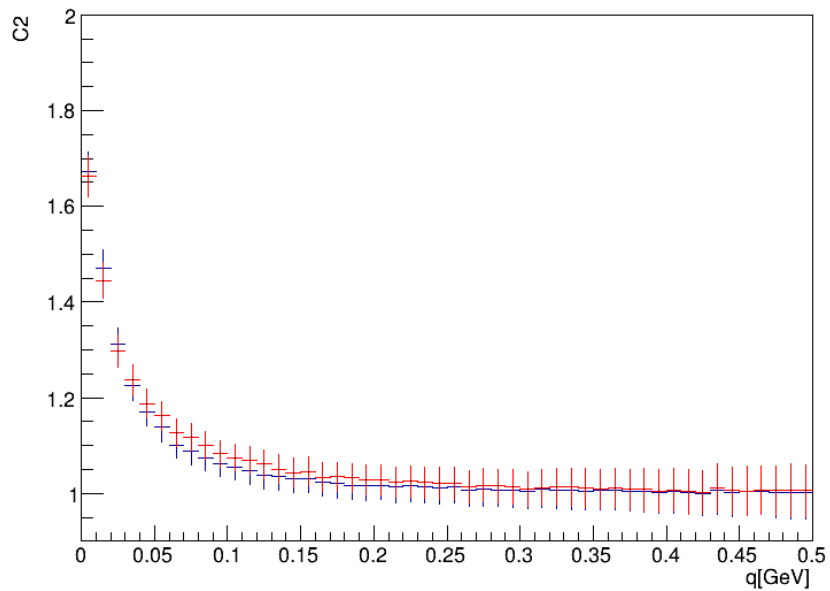


図32 $\Delta q = 3\text{MeV}$

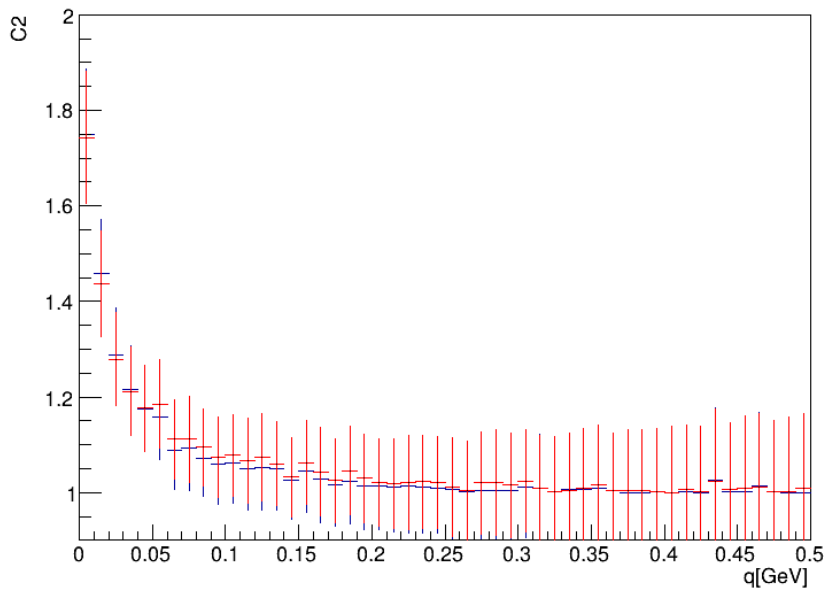


図33 $\Delta q = 1\text{MeV}$

まず図31と図32を比較する。運動量フィルターの有無によって変調の前後で C_2 の値に違いがみられることが分かる。具体的には運動量フィルターがない場合には変調前後で C_2 の値に変化は見られないが、運動量フィルターを導入することで変調後の C_2 がある運動量範囲で増加していることが見て取れる。これは運動量フィルターがない場合は変調による C_2 の信号が全体に飲み込まれてしまい見えなくなってしまうと考えられる。しかし、誤差の範囲で重なりが存在しているため、確実に見れているとも言えない。

そこで誤差について考えていく。図32および図33について各ビンの誤差に比べてばらつきが少ないように見えている。誤差の計算の値については C_2 を求める際にヒストグラム同士の割り算を行っているので、それぞれのビンでの重みづけが W であるとしたとき誤差は $\pm W/\sqrt{N}$ で求められる。これを考えたとき結果の誤差は適当であると考えることができる。このばらつきの少なさはフィルターをかけた後のそれぞれの運動量のエントリー数が見ている範囲で大きな差がないことに起因していると考えられる。

次に節3.3の相関関数を重ねたものを図34に示す。図33と比較することにより、統計が増えることでよりきれいに見えていることがわかる。

それを踏まえ、図32と図34を比較する。運動量フィルターが小さくなればなるほど、変調前後の C_2 の差が大きくなっており、相互作用がよく見えていると言える。

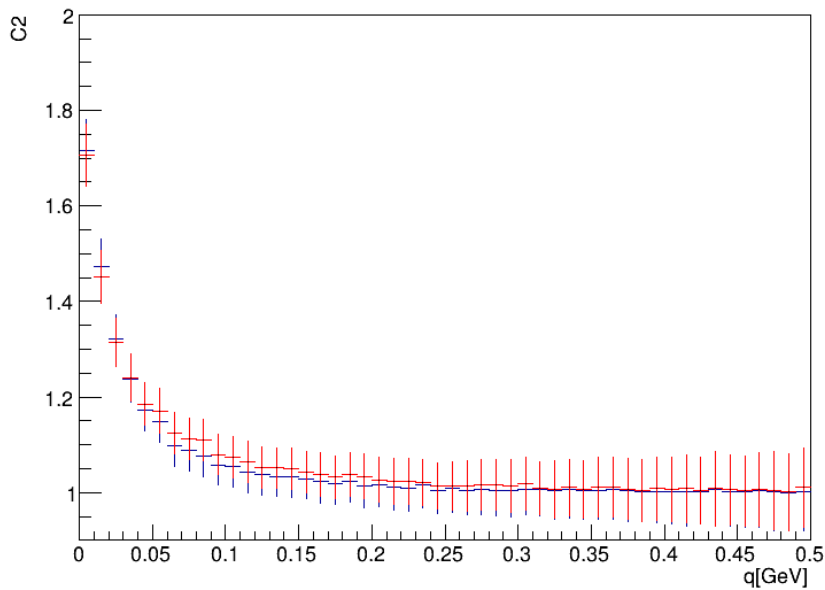


図34 統計を増やした $\Delta q = 1\text{MeV}$ のときの二粒子相関関数

4.3 今後の課題と展望

4.3.1 課題

今後の課題として以下の3つの点が挙げられる。

1つ目は、運動量フィルターをかけた状態で現れた二粒子相関関数の変化について、変調がどのように影響しているのかを考える必要がある点である。具体的には Δq を小さくした場合に $q=0.08\text{GeV}$ あたりに大きく差ができて見えるようなところが変調からの影響によるものなのかを考える必要がある。

2つ目は、シミュレーションで求めた二粒子相関関数と実験値を比較することで実験値の密度変調を測定するので、予期される様々な変調に対して計算する必要がある点である。

3つ目は、今回は仮定として粒子の分布をガウス分布として考えてきたが、実際の実験においてガウス分布である確からしさは存在しない点である。そこでより具体的なモデルの検討 *ex:*[12][13] も進めていきたい。

4.3.2 展望

今後の展望としては、まずより Δq を小さくした場合についてのデータをとりとうと考えている。そのために統計を増やしていきたい。理由としては Δq を小さくすることによって変調の効果を見やすくはなるが、その分そのフィルターでの統計としては減るので元のデータ量を増やすことでよりきれいに結果が見れるようにしたいからである。加えて粒子の分布のモデルについて、課題の3つ目にも上げたようにガウス分布以外を想定した場合の相関関数の形について考えていく。

その後は、実験によって得ることができた相関関数とシミュレーションの値を比較することでソースに関する情報を獲得する方法についての手法を確立し、実行していきたいと考えている。

謝辞

本論文の制作にあたり指導教員の志垣賢太教授には、学部3年のHiサイエンティスト養成プログラムにて受け入れていただいた時からお世話になり、研究内容の方針に関する提案をしていただいたり、研究内容に関する質問に都度答えていただいたりなど、多くの面で終始適切な指導を賜りました。この場にて深謝申し上げます。

クォーク物理学研究室のスタッフの皆様には、ミーティングでの発表の際に的確なコメントをいただきました。それによって研究における考え方や態度などを学ぶことができたと感じています。ここで厚くお礼を申し上げます。

数値計算を行うにあたって粒子データをいただいた東京大学教授福島健二氏にも感謝申し上げます。

最後に広島大学クォーク物理学研究室の学生の皆様、学年問わず暖かく迎えていただきありがとうございます。この場を借りて感謝申し上げます。

参考文献

- [1] Kenji Fukushima, Yoshimasa Hidaka, Katsuya Inoue, Kenta Shigaki, and Yorito Yamaguchi. HBT signature for clustered substructures probing primordial inhomogeneity in hot and dense QCD matter. *arXiv preprint arXiv:2306.17619*, 2023.
- [2] 永江知文, 永宮正治. 裳華房テキストシリーズ-物理学 原子核物理学. 裳華房, 2011.
- [3] WIKIMEDIA COMMONS. File : Standard Modl of Elementary Particles.svg, 2023. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg.
- [4] R. L. Workman and Others. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [5] LHC ALICE 実験日本グループ. LHC 加速器, 2024. <http://alice-j.org/lhc/e5%8a%a0%e9%80%9f%e5%99%a8/>.
- [6] Brookhaven National Laboratory. RHIC Gets Ready to Smash Gold Ions for Run 23, 2023. <https://www.bnl.gov/newsroom/news.php?a=221190>.
- [7] 日本学術会議. 「高エネルギー重イオン衝突実験によるクォーク・グルーオン・プラズマの相の解」. マスタープラン 2020 計画番号 60 学術領域番号 23-2, pages 275–276, 2020.
- [8] LHC ALICE 実験日本グループ. クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP), 2024. <http://alice-j.org/%e3%82%af%e3%82%a9%e3%83%bc%e3%82%af%e3%83%bb%e3%82%b0%e3%83%ab%e3%83%bc%e3%82%aa%e3%83%b3%e3%83%97%e3%83%a9%e3%82%ba%e3%83%9e-qgp/>.
- [9] R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss. Lxxiv. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 45(366):663–682, 1954.
- [10] Gerson Goldhaber, Sulamith Goldhaber, Wonyong Lee, and Abraham Pais. Influence of bose-einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process. *Phys. Rev.*, 120:300–312, Oct 1960.
- [11] Akitomo Enokizono. Space-time evolution of hot and dense matter probed by bose-einstein correlation in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Hiroshima University doctoral course thesis*, 2004.
- [12] David A. Brown and Paweł Danielewicz. Imaging of sources in heavy-ion reactions. *Physics Letters B*, 398(3):252–258, 1997.
- [13] D. A. Brown, A. Enokizono, M. Heffner, R. Soltz, P. Danielewicz, and S. Pratt. Imaging three dimensional two-particle correlations for heavy-ion reaction studies. *Phys. Rev. C*, 72:054902, Nov 2005.