

2025 年度修士論文

周期的密度濃淡を持つ量子色力学特異状態の観測に
向けた Hanbury Brown and Twiss 干渉解析

2026 年 2 月 20 日

指導教員	志垣 賢太	教授
主査	志垣 賢太	教授
副査	稲見 華恵	准教授
副査	檜垣 浩之	准教授

広島大学
クォーク物理学研究室

学籍番号 M241821

氏名 山内 航

概要

高エネルギー重イオン衝突実験は、ビッグバン直後に存在したと考えられる高温高密度物質を実験室で再現し、量子色力学 (QCD) の相構造やクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) の性質を解明することを目的としている。これまでの研究により、衝突後に生成される物質は流体的振る舞いを示すこと、ならびに初期状態の幾何学的揺らぎが最終状態の粒子分布に反映されることが明らかにされてきた。一方で、衝突直後のクォーク物質が空間的に一様であるかどうかについては未解明の点が多い。

近年、強磁場および有限バリオン密度下の QCD において、空間的に周期構造を持つ特異状態の存在が理論的に提案されている。そのうちの 하나가 Chiral Soliton Lattice (CSL) であり、カイラル異常に起因して中性パイ中間子場が空間的に周期的構造を形成する相である。

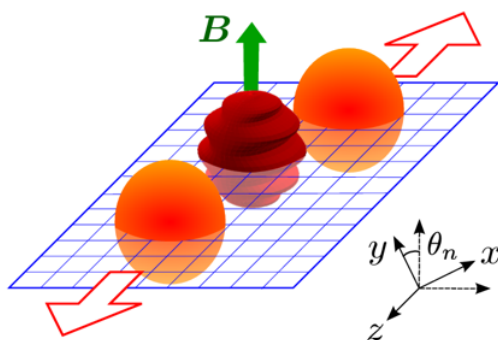


図1 CSL 的な構造の概念図^[1]

本研究では、先行研究^[1]をもとに上図のような磁場軸に沿った周期的な一次元密度濃淡を持つ QCD 特異状態が原子核衝突初期に形成され、ハドロン凍結後の粒子放出分布にその痕跡が残る可能性を仮定し、その観測可能性を Hanbury Brown and Twiss (HBT) 干渉を用いて探索することを目的とした。

この仮定は、初期状態の空間揺らぎが流体進化を経ても完全には消失せず、最終状態の相関へ伝播するという重イオン衝突物理における一般的議論に基づく。特に、長波長モードは粘性散逸の影響を受けにくいとされ、本研究で導入する波数 $k = 0.4 \text{ fm}^{-1}$ (波長約 16 fm) は系サイズに匹敵する空間スケールに対応する。ただし本研究は動力的検証を目的とせず、「そのような構造が残存した場合に観測量へどのようなシグナルが現れるか」を評価する探索的研究として位置付けている。

解析はシミュレーションデータと実データの両方に対して行った。まず AMPT モデルによる Au-Au 衝突 ($\sqrt{s_{NN}} = 39 \text{ GeV}$) のシミュレーションデータに対し、周期波数 $k = 0.4 \text{ fm}^{-1}$ を持つ二種類の空間変調を手動で導入した。その後、二粒子相関関数 $C_2(q)$ を相対運動量方向でフィルター分離することで、変調方向と平行なペアと垂直なペアの相関関数を比較した。さらに実験条件を模擬するため Event Plane 分解能の効果も導入した。

続いて、ALICE 実験の Pb-Pb 衝突 ($\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$) の実データに対して同様の手法を適用した。Centrality、Flattening、Event Plane の揃え込み、トラック選択および PID を行った後、イベントミキシング法により $C_2(q)$ を計算し、運動量フィルター条件による違いを調べた。

その結果、シミュレーションでは変調方向に依存した相関関数形状の差を確認し、手法が非一様構造に対し

て感度を持つことを示した。実データにおいても条件依存の違いを確認し、最終状態相互作用の影響は考慮する必要があるながらも、手法の有意性を示した。

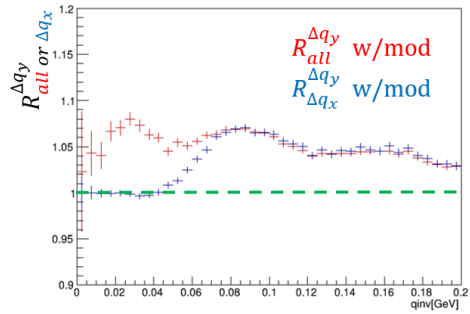


図2 シミュレーションデータでの評価手法による結果の比較

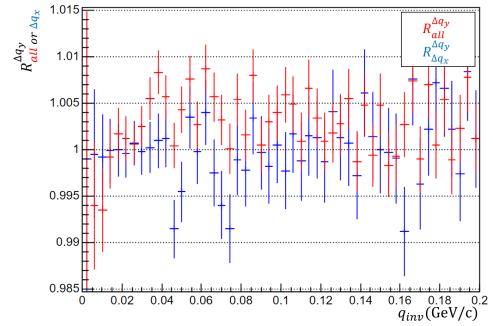


図3 実データでの評価手法による結果の比較

本研究は、周期的密度構造を持つ QCD 特異状態の観測可能性を HBT 干渉を用いて体系的に検討したものであり、将来的な高統計データや多次元 HBT 解析への展開に向けた基礎的枠組みを提供する。

目次

1	序論	6
1.1	高エネルギー重イオン衝突実験の物理	6
1.1.1	基本相互作用	6
1.1.2	標準模型	6
1.1.3	量子色力学 (QCD)	7
1.1.4	クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP)	7
1.1.5	量子色力学特異状態とカイラル異常	9
1.1.6	Chiral Soliton Lattice	9
1.1.7	原子核衝突の時空発展	10
1.1.8	方位角異方性	11
1.1.9	Reaction Plane と Event Plane	11
1.2	Hanbury Brown and Twiss 干渉	12
1.3	二粒子相関関数	12
1.3.1	二粒子相関関数とソースサイズの関係	12
1.3.2	シミュレーションデータでの数値計算における二粒子相関関数	14
1.3.3	実験データ解析における二粒子相関関数	14
2	目的	16
3	実験環境	16
3.1	高エネルギー重イオン衝突実験	16
3.1.1	ALICE 実験	17
3.2	ALICE 実験検出器の概要	17
3.2.1	VZERO	18
3.2.2	TPC	19
3.2.3	トラックの再構成と粒子識別	19
3.2.4	ALICE 実験の実データの校正	22
3.2.5	Centrality	22
3.2.6	Flattening	23
3.2.7	Event Plane	24
3.2.8	イベント・トラック選択	24
4	実験方法	25
4.1	シミュレーションデータ解析	25
4.1.1	データ生成	25
4.1.2	変調の導入	25
4.1.3	二粒子相関関数の計算方法	26
4.1.4	Event Plane の考慮	26

4.2	実データ解析	27
4.2.1	データ取得	27
4.2.2	Centrality の決定	27
4.2.3	Flattening	28
4.2.4	イベント選択	29
4.2.5	二粒子相関関数の計算方法	29
4.3	シミュレーションデータと実データの比較	30
4.4	結果の評価方法	31
5	結果	32
5.1	シミュレーションデータ解析結果	32
5.1.1	変調 1 での $R_{all\ or\ \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の計算結果	32
5.1.2	変調 2 での $R_{all\ or\ \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の計算結果	33
5.2	実データ解析結果	35
5.2.1	Centrality 5%~10%	35
5.2.2	Centrality 10%~20%	36
5.2.3	Centrality 30%~40%	37
6	考察	38
6.1	二粒子相関関数の妥当性	38
6.2	変調に対するシグナル	38
6.3	Δq_x の効果	38
6.4	精度の評価	40
6.5	状況によるシグナルの変化	41
6.5.1	シミュレーションデータ	41
6.5.2	実データ	41
7	結論と展望	42
7.1	結論	42
7.2	本研究の意義	42
7.3	今後の展望	42
8	付録	43
8.1	変調の導入	43
8.2	変調後の分布	43
8.3	Q 計算時の注意点	44
8.4	Centrality について	44
8.5	Centrality ごとの Flattening の結果	44
8.6	二粒子相関関数計算の実装	45
8.7	Centrality ごとの $A(q)$ 、 $B(q)$ および $C2(q)$	46
8.7.1	Centrality 10~20% の場合	47

8.7.2	Centrality 30~40% の場合	48
8.8	Centrality ごとの $R_{all}^{\Delta q_y}$ 及び $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の比較	50
9	謝辞	52
	参考文献	53

1 序論

本論文で必要な知識について説明する。

1.1 高エネルギー重イオン衝突実験の物理

1.1.1 基本相互作用

自然界には4つの基本相互作用があることが知られている[2]。

1. 強い相互作用:

強い相互作用はクォーク (反クォーク) やハドロンなどの間でグルーオンを媒介として作用する。記述する場の量子論として量子色力学 (1.1.3) がある。

2. 電磁相互作用:

電荷をもつ粒子間で光子を媒介に作用する。マクスウェルの電磁気学により記述される。

3. 弱い相互作用:

クォーク (反クォーク) やレプトンの中で弱ボソンを媒介として作用する。現象の例としてはベータ崩壊などがあり、パリティ対称性を破る唯一の基本相互作用である。ワインバーグ-サラム理論によって電磁相互作用と統一され、電弱相互作用とも呼ばれる。

4. 重力相互作用:

全ての粒子に作用する。上記の3つの相互作用はそれぞれの相互作用に対応したゲージ粒子がクォークやレプトンの中で交換されることにより力が働くこととされているが重力相互作用に対応するゲージ粒子 (重力子と呼ばれる) は発見されていない。

	強い相互作用	電磁相互作用	弱い相互作用	重力相互作用
影響を受ける粒子	(反) クォーク、ハドロン	荷電粒子	クォーク、レプトン	全ての粒子
媒介する粒子	グルーオン	光子	弱ボソン (Z,W)	-
到達距離	~ 1fm	無限遠	~ 10^{-18} m	無限遠
相対的な強さ	1	10^{-2}	10^{-5}	10^{-38}

表1 基本相互作用一覧^[3]

1.1.2 標準模型

標準模型とは、現在提唱されている上記の4つの基本相互作用のうち強い相互作用、弱い相互作用、電磁相互作用の3つを記述するためのモデルである。標準模型の素粒子を図4に示す。

素粒子の標準模型

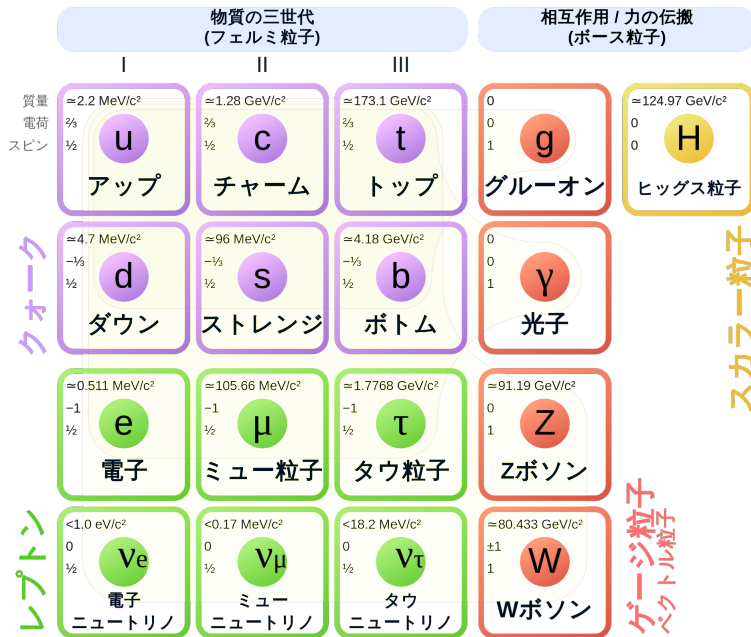


図4 素粒子標準模型一覧^[4]

粒子は図にもあるようにスピンの値により二種類に分類される。半整数スピンを持つ粒子はフェルミ粒子 (fermion) と呼ばれ、パウリの排他原理に従う。一方で整数スピンを持つ粒子はボース粒子 (boson) と呼ばれ、同一状態に多数存在することが可能である^[5]。また3つのクォークによって構成される粒子をバリオン、クォークと反クォークの2つによって構成される粒子をメソンと呼ぶ。

1.1.3 量子色力学 (QCD)

量子色力学 (QCD) とはクォークとグルーオンの強い相互作用を記述する場の量子論である。具体的には、クォーク及びグルーオンが色荷を持つとし、クォークがグルーオンを介して色荷を交換し合うことで強い相互作用が発生すると考えるものである。低エネルギー領域における核力やクォークの閉じ込めなどの束縛状態は量子色力学によって理解することができる。^[3]

また、QCD はエネルギースケールに依存する結合定数を持ち、高エネルギー領域では相互作用が弱くなる漸近的自由性を示す^[6, 7]。有限温度では、温度上昇に伴い閉じ込めから解放されるとともに、カイラル対称性が回復することが期待され、これらは QCD 相図の中心的话题である^[8]。

1.1.4 クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP)

QCD の性質により、高温・高密度条件下ではクォークやグルーオンがハドロンから解放される可能性が示唆された。このクォークやグルーオンが閉じ込めから解放された状態のことをクォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) と呼ぶ。

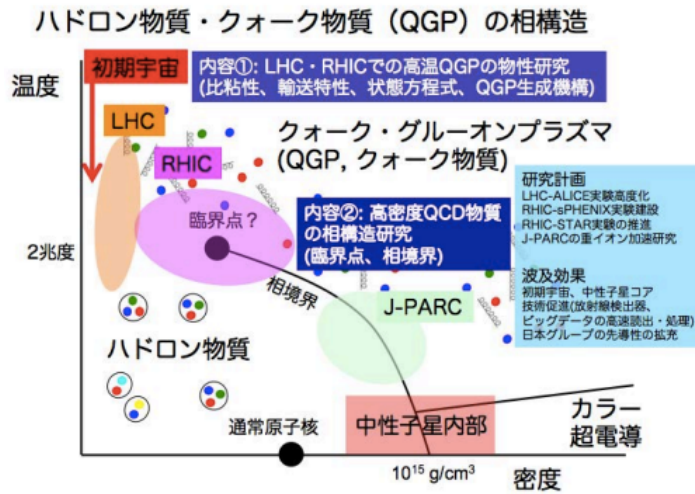


図5 QGPの相構造^[9]

QGPを実際に確認するために高エネルギー原子核衝突実験が行われ、その兆候を原子核衝突実験によって捉えている。しかしQGPについてはその時間発展やハドロン化までの機構、QGP相の性質、QGP相図など未解決問題が存在する。

また現在の宇宙論では、ビッグバンが起きたタイミングを $t = 0$ 秒としたときに $t = 10^{-37}$ 秒に宇宙のインフレーション(急激膨張)が生じ、その後に素粒子であるクォーク対やグルーオン、光子、電子などのレプトンが生成されたと考えられている。つまり $t=10^{-6} \sim 10^{-5}$ 秒(数 μ 秒から数 10μ 秒; 1μ 秒は 10^{-6} 秒)では、QGP状態であったと考えられている。

高エネルギー重イオン衝突では高エネルギーの原子核同士の衝突によって宇宙の初期状態を再現しているといえるのである。

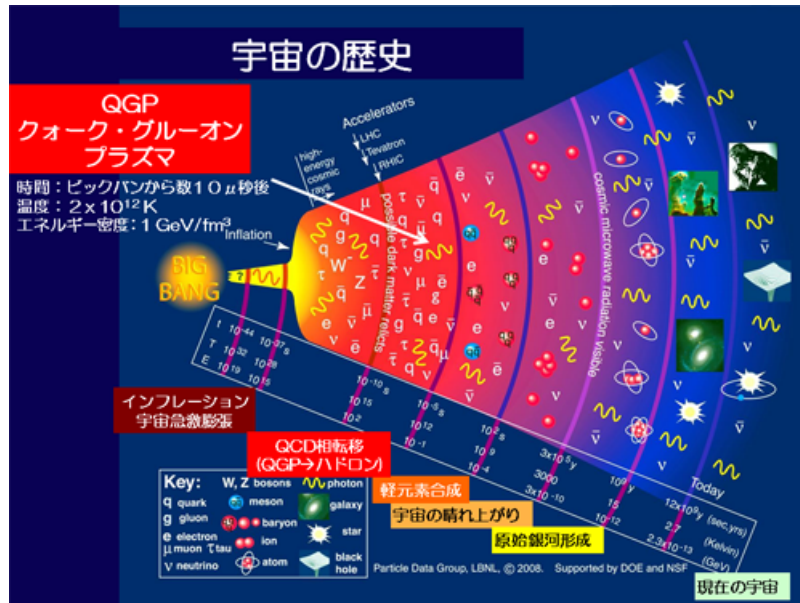


図6 宇宙の歴史のイメージ図^[10]

1.1.5 量子色力学特異状態とカイラル異常

QCD は温度 T やバリオン化学ポテンシャル μ_B 、外場（特に磁場）に依存して多様な相を示す可能性があり、これらは QCD 相図として体系的に議論されている^[8]。特に磁場下では、カイラル対称性およびその量子異常（アノマリー）が低エネルギー有効理論に非自明な項を導入し、通常とは異なる秩序構造（空間的に不均一な状態を含む）を安定化し得る^[11, 12]。

1.1.6 Chiral Soliton Lattice

Chiral Soliton Lattice (CSL) は量子色力学特異状態の一つであり、有限バリオン密度 ($\mu_B \neq 0$) かつ強磁場下において、カイラル異常に由来するトポロジカルな寄与により中性パイ中間子場が空間的に周期構造を形成する相として理論的に提案されている^[13, 14]。この状態は、並行に配列したドメインウォール（ソリトン）が一定間隔で繰り返す構造として記述され、並進対称性（および状況によりパリティ）を自発的に破る^[14]

。近年は有限温度を含む条件での安定性や相構造の議論^[15] や図7のような CSL 的な状態の観測に向けた研究^[1] も進められている。

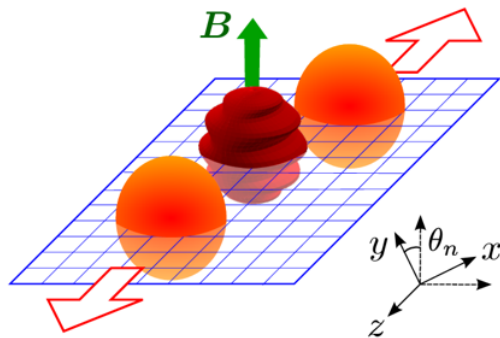


図7 CSL 的な構造の概念図^[1]

また QCD での CSL とは異なり、すでにスピン系において数学的に類似した空間的にスピンの回転しながら配列される CSL が観測されている^[16]。

1.1.7 原子核衝突の時空発展

原子核衝突後の時空発展は図8のようになっている。

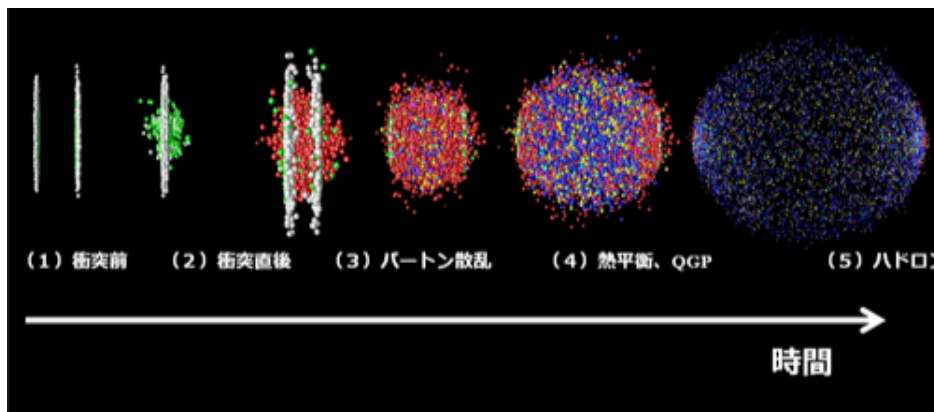


図8 衝突後の時空発展^[10]

(1)~(5) の流れについて説明する。

- (1) 衝突前。粒子同士が近づいている。
- (2) 衝突直後。
- (3) パートン (クォークおよびグルーオン) 同士で散乱が起こる
- (4) 熱平衡に達し QGP が生成される。
- (5) 温度が下がり、QGP 相がハドロン相に相転移をする。

前述の QCD 特異状態が議論されるのは (4) の後半から (5) へ移る境界付近であると考えられている。また原子核衝突は荷電粒子の運動であるので衝突に関与していない部分の運動により衝突直後に強い磁場が生成される。しかし真空での磁場の減衰はとても早く、影響を及ぼす範囲は (2) から (4) の初期までの時間であると

考えられている。

1.1.8 方位角異方性

衝突によって生じた粒子の方位角分布は一般的に次のように展開できる。

$$\frac{dN}{d\phi} \propto 1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n(\phi - \Psi_n)) \quad (1.1.1)$$

ここで v_n は n 次調和の異方性係数であり、 Ψ_n はその対称面 (Event Plane) 角である。特に $n=2$ 成分の $2v_2 \cos(2(\phi - \Psi_2))$ が楕円流 v_2 に対応し、 Ψ_2 は楕円流が最大となる方向を示す。この楕円流とは非中心衝突による圧力勾配の非対称性によって粒子放出の方向が偏ることである。[17]

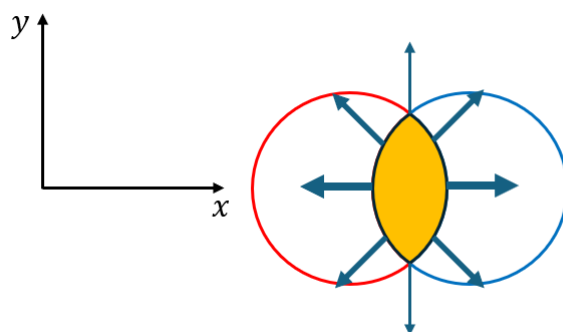


図9 衝突形状と Event Plane の概念図 ($n=2$)(論文^[17]を参考に自作)

図9はその非中心衝突による非対称性を簡単に表した概念図である。(青丸および赤丸が衝突粒子である。) 図のように衝突した場合、 Ψ_2 の方向は図中の x 軸の方向であり、Event Plane の軸は図中の X 軸 y 軸のように定義される。

1.1.9 Reaction Plane と Event Plane

まず Reaction Plane(反応平面) について説明すると、Reaction Plane はビーム軸 z と衝突粒子の中心間の距離であるインパクトパラメータ b によって張られる平面であり、概念図は下図のようになる。

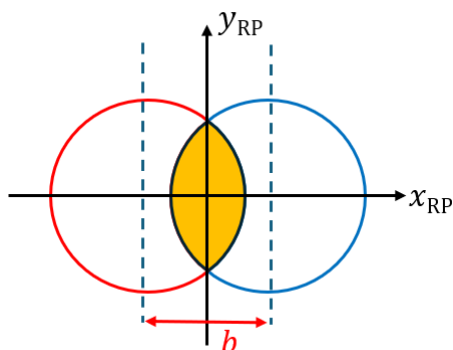


図10 Reaction Plane の概念図 (ビーム軸は紙面垂直方向)

これは b が実験的に測定することができない以上、直接見ることはできないものである。

一方で Event Plane とは前項にあるように Ψ_n によって決定される平面であり、 Ψ_n の方向がその衝突の特徴を示す。図9と図10からわかるように $n = 2$ のときの Event Plane は Reaction Plane に近くなる。つまり Event Plane を測定することによって Reaction Plane を実験から間接的に推定することができる。

以降本論文で挙げる Event Plane はすべて $n = 2$ のときに決定されるもののことを指す。

1.2 Hanbury Brown and Twiss 干渉

1950 年代初頭に Hanbury Brown と Twiss はコヒーレントな光線における二つの光子間の強度相関によって明るい恒星の角径を測定する技術を発明した^[18]。そのためこの二粒子干渉法は彼らの名前をとり Hanbury Brown and Twiss (HBT) 干渉と呼ばれる。素粒子物理学の分野では、G. Goldhaber、S. Goldhaber、W. Lee および A. Pais によって独自に研究、発見された^[19]。

原子核実験においては膨張効果を含む測定された粒子相関関数を介して、粒子放出のソースサイズを推測するために利用され、最近ではハドロン間相互作用を求める研究にも用いられている。

このような成り立ちから HBT は同種 2 粒子の運動量相関測定のことを指すものとなった。

1.3 二粒子相関関数

二粒子相関関数とは 2 つの粒子同士がどのように相互作用をするのかを示すものであり、二粒子が同時に存在する確率と二粒子のそれぞれの存在確率の積との比で定義される。粒子の存在確率 P を用いると二粒子相関関数 C_2 は

$$C_2 = \frac{P(p_1, p_2)}{P(p_1)P(p_2)} \quad (1.3.1)$$

と書くことができる。^[20, 21]

1.3.1 二粒子相関関数とソースサイズの関係

2 つの粒子が存在し、図のように検出されるとする。

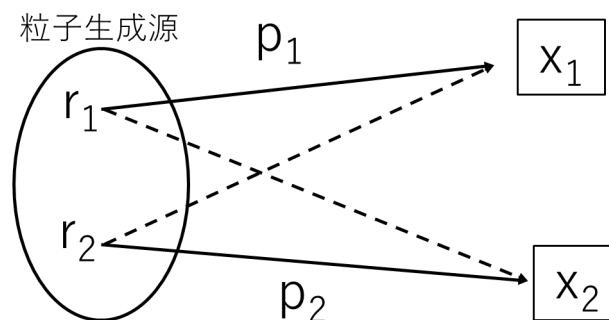


図11 粒子検出のイメージ

放出源から検出器までの距離が十分に長いとき、同種の 2 粒子を識別するのは困難である。なので 2 粒子の

放出が独立であるとしたとき二つの同種粒子が検出される確率振幅は

$$\psi_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ A(p_1, x_1) A(p_2, x_2) e^{-ip_1(x_1-r_1)} e^{-ip_2(x_2-r_2)} \pm A(p_1, x_2) A(p_2, x_1) e^{-ip_1(x_2-r_1)} e^{-ip_2(x_1-r_2)} \} \quad (1.3.2)$$

と書くことができる。(+:boson, -:fermion)

これを用いて二粒子の存在確率 $P(p_1, p_2)$ を書き下すと

$$\begin{aligned} P(p_1, p_2) &= \int \rho(r_1) \rho(r_2) |\psi_{12}|^2 d^4 r_1 d^4 r_2 \\ &= \int \rho(r_1) \rho(r_2) A^2(p_1, x_1) A^2(p_2, x_2) d^4 r_1 d^4 r_2 \pm |\rho(r) A(p_1, r) A(p_2, r) e^{-ir(p_1-p_2)} d^4 r|^2 \end{aligned} \quad (1.3.3)$$

となる。一方で一粒子の検出についても考えると

$$\psi = A(p, x) e^{-ip(x-r)} \quad (1.3.4)$$

$$P(p) = \int \rho(r) |\psi|^2 d^4 r \quad (1.3.5)$$

となる。

式(1.3.3),(1.3.5)を式(1.3.1)に代入することで

$$C_2 = 1 \pm \frac{|\int \rho(r) A(p_1, r) A(p_2, r) e^{-ir q} d^4 r|^2}{\int \rho(r_1) A^2(p_1, r_1) \rho(r_2) A^2(p_2, r_2) d^4 r_1 d^4 r_2} \quad (1.3.6)$$

とすることができる。

ここで粒子の分布がガウス分布

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi^2 R^4} e^{-\frac{r^2}{2R^2}} \quad (1.3.7)$$

であると仮定すると、 ρ のフーリエ変換を用いることで式(1.3.6)は

$$C_2 = 1 \pm \lambda e^{-R^2 q^2} \quad (1.3.8)$$

と書き換えることができる。(図12に boson と fermion それぞれについて関数の形を示す。) ここで R はソースサイズ (freeze-out サイズ) のガウス幅である。また q は相対運動量であり、 λ は chaoticity パラメータ ($0 < \lambda < 1$) である[20, 22]。

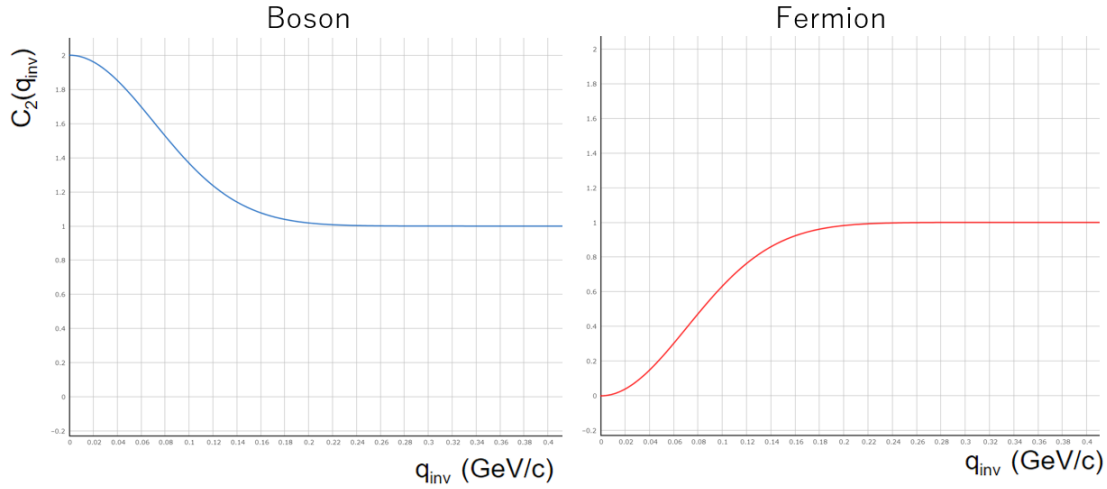


図12 Boson および Fermion での二粒子相関関数の形

二粒子相関関数の形から R を推定する方法を考える。ガウス分布での半値全幅 (FWHM) を今回の式(1.3.8)に適応すると、 $\sigma = 1/\sqrt{2}R$ かつ $FWHM = 2\sigma\sqrt{2\ln 2}$ より

$$FWHM = \frac{\sqrt{\ln 2}}{R} \quad (1.3.9)$$

となる。 $C_2(q)$ が半値になるときの q_{half} について $2q_{half} = FWHM$ となるため $R[\text{fm}]$ は

$$R = \frac{\sqrt{\ln 2}}{q_{half}} \times 0.197 \quad (1.3.10)$$

と $q_{half}[\text{GeV}/c]$ から推定できる。

シミュレーションデータおよび実データでの二粒子相関関数の計算方法について以下にまとめる。

1.3.2 シミュレーションデータでの数値計算における二粒子相関関数

二粒子相関関数は

$$C_2(q) = \int d^3r S(r) |\Psi_{rel}(q, r)|^2 \quad (1.3.11)$$

という形で定義される。この時 $\Psi_{rel}(q, r)$ は相対波動関数であり、 $\Psi_{rel}(q, r) = (e^{-iq \cdot r/2} + e^{iq \cdot r/2})/\sqrt{2}$ かつ $|\Psi_{rel}(q, r)|^2 = 1 + \cos(q \cdot r)$ である。また $S(r)$ は $\int d^3r S(r) = 1$ で正規化された相対放出位置分布関数であるとすると

$$C_2(q) = 1 + \langle \cos(q \cdot r) \rangle \quad (1.3.12)$$

という \cos の期待値を取る形で計算することができる^[1]。

1.3.3 実験データ解析における二粒子相関関数

実験データにおける二粒子相関関数はイベントミキシングという手法を用いて計算される。

イベントミキシングとは同一イベントに存在する同一粒子でペアを作り相対運動量を積む same-event の $A(q)$ と、異なるイベントに存在する同一粒子でペアを作り相対運動量を積む mixed-event の $B(q)$ を作成す

ること二粒子相関関数が

$$C_2(q) = \frac{A(q)}{B(q)} \quad (1.3.13)$$

という形で計算することができる計算方法である。[20, 21]

これは同一イベントに存在する粒子同士の量子効果が $A(q)$ には反映され、異なるイベントに存在する粒子同士の結果である $B(q)$ にはその効果が反映されないため、その比を取ることで量子効果には関係ない相対運動量分布を消すことができ、効果を及ぼす範囲の相対運動量に違いが表れることを利用している。

この効果を用いるためには $B(q)$ を計算する際に似たイベントを選択する必要がある。そのために使用するイベントは近い衝突位置、近い Centrality を選択する必要がある。また $A(q)$ と $B(q)$ は用いるイベント数が異なるので統計量の差を埋めるために基準 (一般的には高 q 側) を取って規格化を行う必要もある。規格化定数は

$$N = \frac{\int_{min}^{max} B(q)}{\int_{min}^{max} A(q)} \quad (1.3.14)$$

で計算され、最終的な計算は

$$C_2(q) = N \frac{A(q)}{B(q)} \quad (1.3.15)$$

である。

2 目的

原子核衝突後の時空発展を理解することは、初期宇宙の物質状態やハドロン質量の起源を探るうえで重要な課題である。しかし、衝突直後に形成されるクォーク物質の空間構造については依然として未解明な点が多く、特にその非一様性の有無や観測可能性は重要な未解決問題である。

そこで本研究では、クォーク物質における空間的非一様状態の観測可能性を評価することを目的とする。具体的には、先行研究^[1]に基づき、原子核衝突後のソースに一定周期の密度濃淡を持つ QCD 特異状態として提案されている Chiral Soliton Lattice (CSL) 状態 (1.1.6節) に着目する。CSL はスピン系でも研究されており、QGP にて発見できた場合には QCD の理解だけでなく、スピン系とのつながりも理解することができるようになる。本研究では、CSL のような周期構造が衝突初期に存在した場合、その非一様性の影響がハドロン凍結後の粒子放出分布に痕跡として残ると仮定し、その場合にどのような観測シグナルが現れるかを調べる。

解析では、まずシミュレーションデータに対して CSL に対応する周期変調を手動で導入し、二粒子干渉 (HBT) を用いて構築される相関関数にどのような特徴が現れるかを評価する。これにより、HBT 解析が空間的周期構造に対してどの程度の感度を持つかを検証する。

この仮定は、初期状態の空間揺らぎが流体進化や再散乱過程を経ても完全には消失せず、最終状態の粒子相関へ伝播し得るという重イオン衝突物理における一般的議論^[23]に基づく。特に、空間スケールの大きい長波長モードは粘性散逸の影響を受けにくいとされており、本研究で導入する変調波数 $k = 0.4 \text{ fm}^{-1}$ はそのような長波長領域に属する可能性がある^[24]。

なお、本研究は CSL 状態の動力学的生成や安定性を検証するものではなく、「そのような空間的周期構造が存在した場合に観測量へどのようなシグナルが現れるか」を明らかにする探索的研究として位置付けられる。

3 実験環境

3.1 高エネルギー重イオン衝突実験

高エネルギー重イオン衝突実験は金 (Au) や鉛 (Pb) などの重いイオンを加速器を用いて加速し衝突させる実験で、スイスのジュネーブにある The Large Hadron Collider (LHC) やアメリカのブルックヘブン国立研究所 (BNL) にある Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) といった大型の加速器施設で行っている (図13、図14)。粒子衝突直後の一瞬に高温高エネルギーの状態が生成され、この状態は初期宇宙を微小な大きさで再現している。これによりクォークやグルーオンの閉じ込めからの解放や、その後の粒子生成などの時間発展について探索することができる。

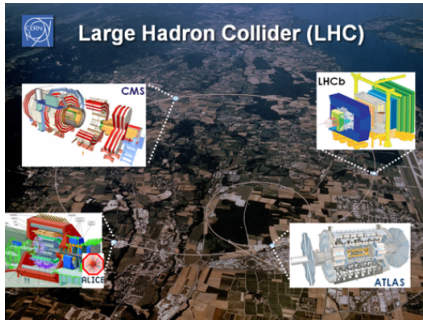


図13 LHC^[25]

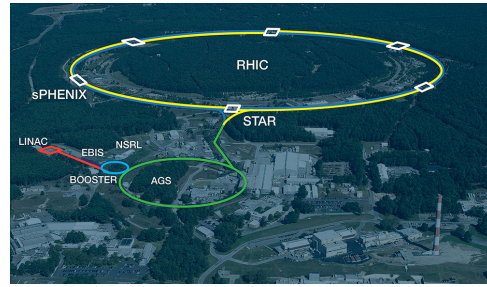


図14 RHIC^[26]

3.1.1 ALICE 実験

ALICE (A Large Ion Collider Experiment) は、CERN の Large Hadron Collider (LHC) に設置された重イオン衝突実験である。ALICE 実験の目的は QGP の性質の理解であり、そのためにクォークの閉じ込め機構の解明と質量の発現機構の解明をテーマとして取り組んでいる。

本研究では ALICE 実験で取得されたデータを用いて解析を行う。そのため、以下に ALICE 実験検出器の概要をまとめる。

3.2 ALICE 実験検出器の概要

ALICE 実験の目的を達成するために高エネルギーの鉛 (Pb)-鉛 (Pb) 衝突や陽子 (p)-陽子 (p) 衝突、p-Pb 衝突を測定しており、衝突によって生じた様々な粒子を精密に測定するために検出器が設計され、現在もアップグレードされている。

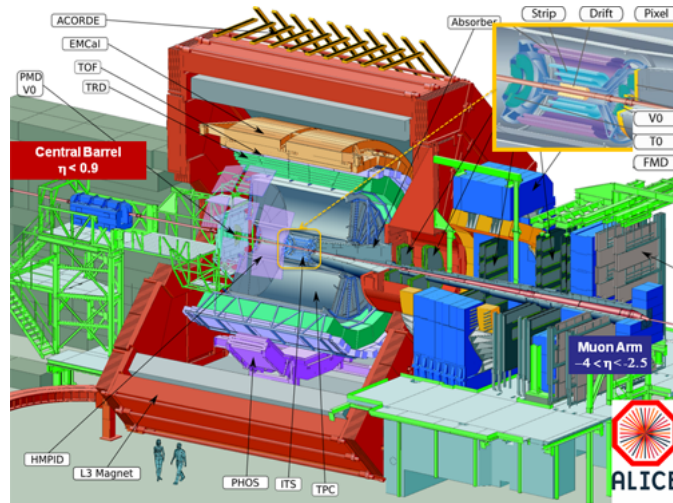


図15 ALICE 実験検出器のイメージ図^[27]

ALICE 実験検出器については ALICE 日本グループ^[27] などによってまとめられている。以下にて今回の研究で用いる検出器についてその概要を説明する。

3.2.1 VZERO

高エネルギーでの重イオン衝突では、いつも同じ衝突の仕方をするわけではない。原子核は大きさを持っているので、原子核同士が正面衝突する場合もあれば、周辺衝突する場合もある。そこでこれらの衝突事象を選別するために、ALICE 検出器では様々なグローバル検出器が設置されている。VZERO はその中の一つである。

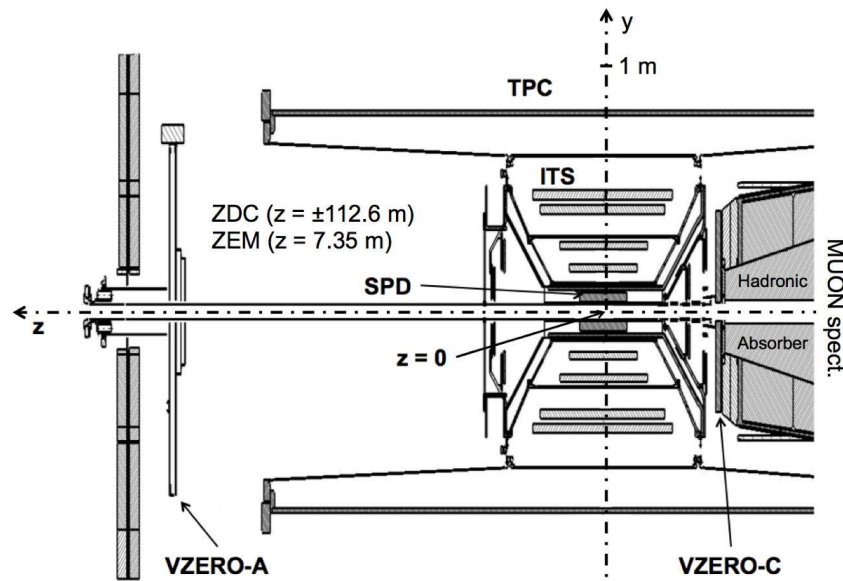


図16 検出器の構造^[28]

図16にあるように検出器は設置されており、VZERO は 32 のシンチレーションカウンターの列を 2 列、計 64 個をビームパイプ周辺に並べた構造をしている。衝突点をビーム軸方向の正負で分けると、A 側 (A-side) と C 側 (C-side) に分かれ、A 側の VZERO-A は $z=3.3\text{m}$ ($2.8 < \eta < 5.1$) の位置に、C 側の VZERO-C は $z=-0.9\text{m}$ ($-3.7 < \eta < -1.7$) の位置に設置されている^[27]。

検出器としての役割は、衝突で発生した荷電粒子数を測定し、衝突事象の中心衝突度や反応平面の決定、トリガーの形成などに使われる。

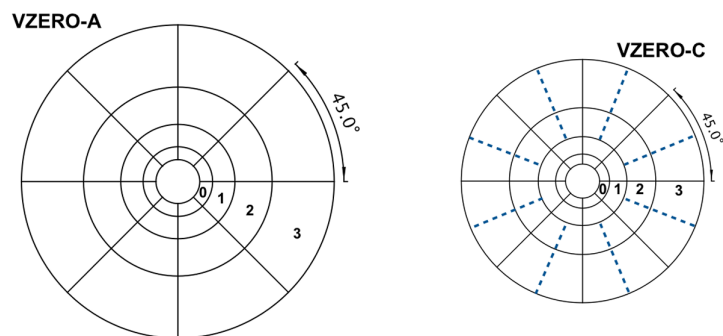
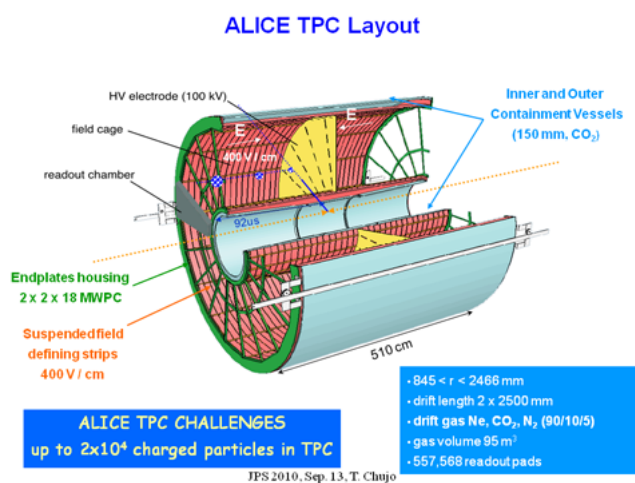


図17 VZERO の構造^[28]

3.2.2 TPC

TPCとはTime Projection Chamberの略であり、直径約5m、長さ約5mのALICEの心臓部となる検出器で、荷電粒子の飛跡再構成、運動量測定、粒子識別などを行う検出器である。内部はNe、CO₂、N₂ (85.7% / 9.5% / 4.8%) のガスで満たされ、約400V/cmの電場をかけることで、荷電粒子の通過に伴って出来た電子をドリフトさせ、その電子の位置と時間情報から荷電粒子の3次元飛跡を再構成する^[27, 29]。トラックの再構成や粒子識別については第3.2.3項にて解説する。



32

図18 TPC の構造^[27]

3.2.3 トラックの再構成と粒子識別

複数の粒子が生成される高エネルギー重イオンにおいて、目的に応じた粒子を選択する必要があるためPIDは必須である。そこで本研究で使用するTPCでの測定結果を用いた生成粒子のトラック再構成および粒子識別(PID)の流れをまとめる。

トラック再構成^[29]： TPC におけるトラック再構成の流れをまとめる。TPC におけるトラックの再構成は生成粒子が TPC 内のガスを通過する際に電離する過程から始まり、磁場中の運動方程式を解くことによって最終的に運動量ベクトルを決定する処理である。

荷電粒子が TPC 内のガスを通過するときに生じるエネルギー損失について、Bethe-Bloch の式に従う平均エネルギー損失は

$$\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle \propto \frac{z^2}{\beta^2} [\ln(\gamma^2 \beta^2) - \beta^2] \quad (3.2.1)$$

と記述される^[3]。ここで $\beta = v/c$ 、 $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ である。このエネルギー損失に比例して自由電子が電離により生成され、その数は

$$N_e = \frac{\Delta E}{W_i} \quad (3.2.2)$$

で与えられる。 W_i は平均イオン化エネルギーである。

生成された電子は TPC 内の一様電場によりドリフトし、その到達時間 t_d から生成の z 座標が求まる。

$$z = v_d t_d \quad (3.2.3)$$

同時にパッド面で検出された電荷分布の重心から横方向の位置が決定される。

$$x = \frac{\sum q_i x_i}{\sum q_i} \quad (3.2.4)$$

$$y = \frac{\sum q_i y_i}{\sum q_i} \quad (3.2.5)$$

この時 x_i, y_i は各パッド面の位置で、 q_i は各パッド面で検出された電荷量である。このようにして得られた空間点 (クラスタ) は粒子が通った軌跡の離散サンプルに相当する。

また TPC は磁場中に置かれているため、その中を通過している粒子はローレンツ力 $F = qv \times B$ を受け円運動をする。

したがってこれらのクラスタに最もよく一致する円軌道を求めることによって運動量が決定される曲率半径 R と横運動量 p_T の関係は

$$p_T = 0.3BR \quad (3.2.6)$$

である。

実際の解析ではクラスタの測定誤差や多重散乱を考慮するために Kalman フィルタ^[30, 31] を用いて軌道が逐次的に更新される。

$$x = x_{k|k+1} + K_k(z_k - H_k x_{k|k+1}) \quad (3.2.7)$$

この処理により最適なトラックパラメータが決定され、最終的な運動量ベクトル及び頂点からの距離などの物理量が決定される。

粒子識別^[29]： まずは TPC で測定された粒子のエネルギー損失と運動量の関係を示す。

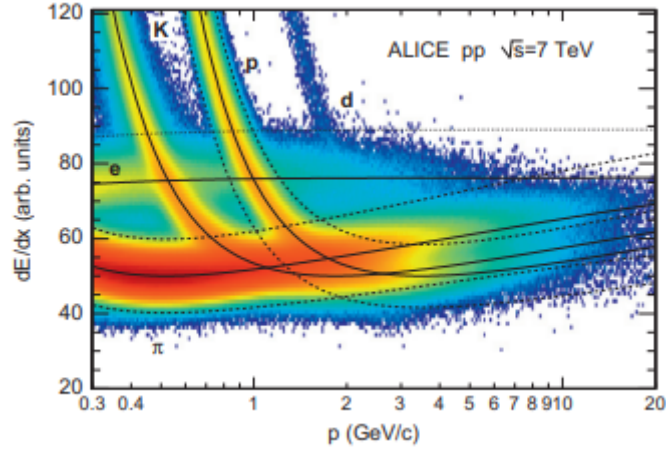


図19 エネルギー損失と運動量の関係^[32]

このように粒子の種類によって Bethe-Bloch の曲線に従って異なる軌跡を描く。

各クラスタで測定された電荷量からエネルギー損失を求めることができるが、電離過程にはランダウ分布に従う大きな揺らぎが存在するためすべての値を平均するのではなく、上位の大きな値を除外したものが用いられる。

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{TPC} = \frac{1}{N_{select}} \sum_{i=1}^{N_{select}} q_i \quad (3.2.8)$$

この値は粒子の速度 β に依存し、粒子種ごとに計算されている $\langle dE/dx \rangle$ と比較される。この差を

$$n\sigma = \frac{(dE/dx)_{meas} - \langle dE/dx \rangle_{exp}}{\sigma_{dE/dx}} \quad (3.2.9)$$

と定義して、 $|n\sigma| < 2$ などの条件で粒子種を判定する。

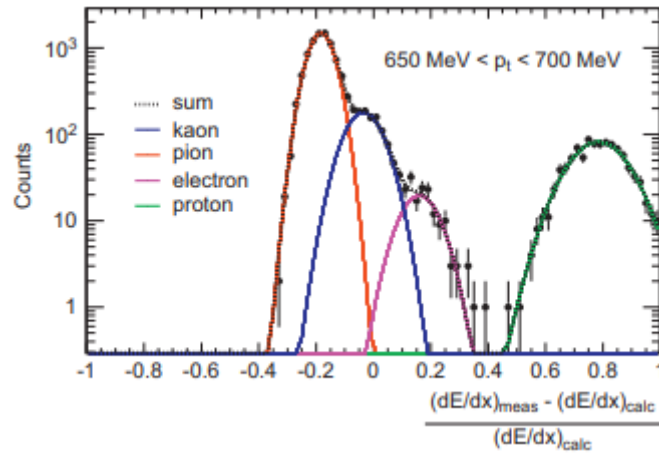


図20 ある運動量範囲における dE/dx 分布^[32]

図20はある運動量範囲における TPC の dE/dx 分布である。図より、各粒子がそれぞれガウス状のピークとして分離していることが確認できる。各粒子について $\langle dE/dx \rangle_{exp}$ を決定して $n\sigma$ が決定される。

性能としては、 p_T 分解能は約 1% ($p_T \approx 1\text{GeV}/c$)、 dE/dx 分解能は約 5,6% である。

3.2.4 ALICE 実験の実データの校正

実験の実データを扱うにあたって、データがそのままの状態だと検出器の非一様性などによってゆがみが出たり、複数のシチュエーションのイベントが分けられることなく検出されたすべてが入っていたり、解析に用いたい粒子以外のデータが入っていたりするため、その非一様性を取り除いたり使いたいデータに絞ったりする作業を行う必要がある。この非一様性を取り除く作業として Flattening があり、シチュエーションを絞る例として Centrality によるイベントの選択があり、使う粒子の選択としてイベント選択と PID を含むトラック選択がある。加えて Flattening に付随する Event Plane の向きをそろえる作業を含む 4 つについて解説する。

3.2.5 Centrality

原子核衝突実験において衝突の中心度合いを示すものとして Centrality が存在する。理想的には幾何学的なものとして衝突パラメータ b によって特徴づけられるが、前述したとおり b は実験的には直接測定はできない。

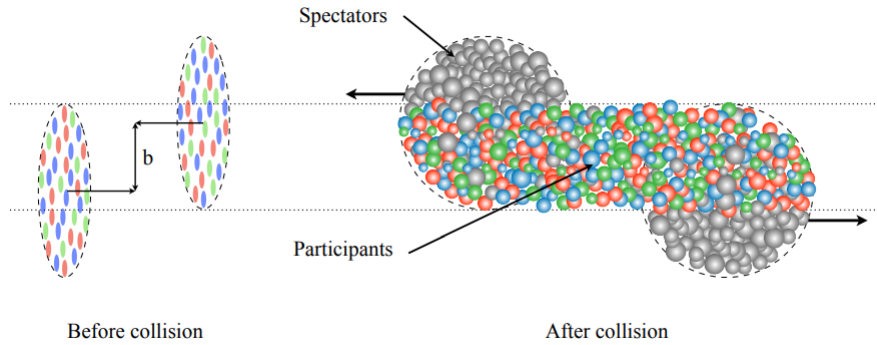


図21 衝突の様子と衝突パラメータ^[33]

そのため実験的には b の代わりに Centrality がイベントの percentile として定義される。一般的に 0% に近いほど中心衝突 (b が小さく、参加核子数が多い) であり、逆に 100% に近いほど周辺衝突 (b が大きく、参加核子数が少ない) である。

中心度によって結果の振る舞いが大きく変わるため、この定義は原子核衝突実験のデータを解析するうえで必要不可欠である^[34, 35, 36]。

ALICE 実験においては論文^[37] にてその測定方法が議論されており、複数の手法を検討したうえで主として VZERO 検出器の amplitude を実装に用いている。第3.2.1項にあるように VZERO 検出器には VZERO-A と VZERO-C があり、Centrality の決定にはその和を用いる。

$$V0M = V0A + V0C \quad (3.2.10)$$

単純な VZERO の amplitude の積分に対する percentile だけでは Centrality を幾何学量 ($\langle b \rangle$ など) へ写像できない。そこで、この写像を得るために ALICE では Glauber モデル^[34] を基礎として用い、そこに統計揺らぎを導入するために粒子生成揺らぎを Negative Binomial Distribution (NBD) で畳み込むことで $V0M$ 分布を再現するフィット手法を採用している。このフィットによって観測された $V0M$ の分布と b, N_{part}, N_{coll} の対応関係が確立され、Centrality ごとの幾何学量が決定されている。

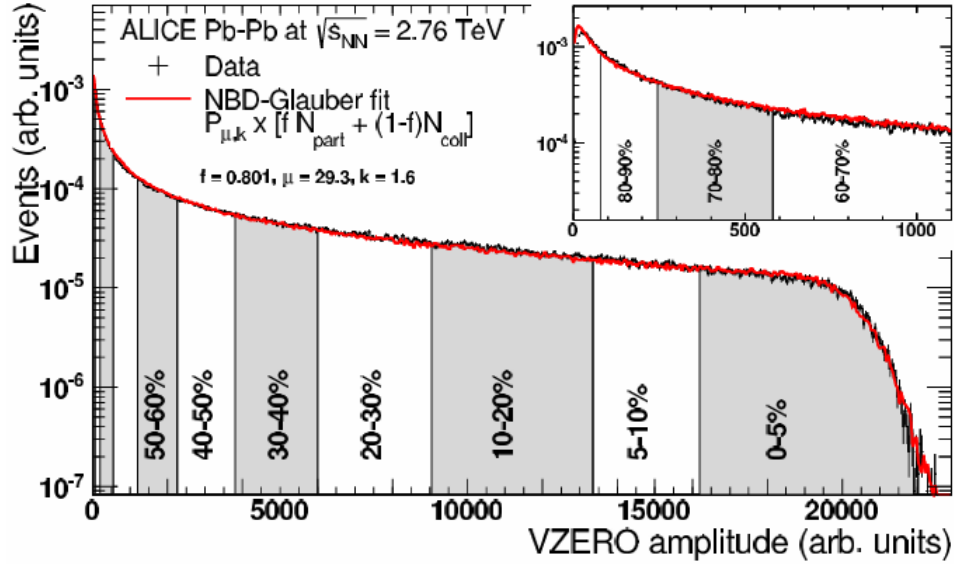


図22 V0M の amplitude と Centrality^[37]

3.2.6 Flattening

第1.1.8項にあるように Ψ_2 は楕円流 v_2 が最大になる方向であり、数値的には次のように計算される。

$$\Psi_2^{Raw} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{Q_y}{Q_x} \right) \quad (3.2.11)$$

この時

$$Q_x = \sum_i w_i \cos 2\phi_i \quad (3.2.12)$$

$$Q_y = \sum_i w_i \sin 2\phi_i \quad (3.2.13)$$

であり、イベントごとに計算される。この時 w_i は検出した VZERO の amplitude で ϕ_i はその位置 (角度) である。

粒子同士が衝突する角度は任意であり、物理としては理想的にこの分布は平坦になるが、検出器の非一様性によって実データではこれがゆがむ。その歪みを取り除く手法が Flattening である。Flattening は Recentering、Shifting という順番で行う。

Recentering : 非一様性によるゆがみは Q の値に出ているのでまずは Q の平均値を 0 にすることでゆがみを消す。その作業が Recentering である。その手順は以下のとおりである。

$$Q_x^{rec} = Q_x - \langle Q_x \rangle \quad (3.2.14)$$

$$Q_y^{rec} = Q_y - \langle Q_y \rangle \quad (3.2.15)$$

この Q^{rec} はイベントごとに計算し、計算後の Q^{rec} を用いて3.2.11と同様に Ψ_2^{rec} を計算する。

Shifting : Recentring でも取り除けなかった高次のゆがみを \sin/\cos の級数で補正して Ψ_2 を平らにする。補正項は次のとおりである。

$$\Delta\Psi = \sum_{k=1}^{k_{MAX}} \frac{1}{2} [-\langle \sin(2k\Psi_2^{rec}) \rangle \cos(2k\Psi_2^{rec}) + \langle \cos(2k\Psi_2^{rec}) \rangle \sin(2k\Psi_2^{rec})] \quad (3.2.16)$$

k は Harmonics で今回は $k = 4$ で計算を行っている。 k の値の大きさ。この補正項を用いて以下のように Shiting を実行する。

$$\Psi_2^{Flat} = \Psi_2^{rec} + \Delta\Psi \quad (3.2.17)$$

これによって Flattening を実行する。これらの手順は標準的な異方性フロー解析法に従った[17, 38, 39]。

3.2.7 Event Plane

Flattening で計算した Ψ_2^{Flat} を用いることによって各イベントの Event Plane の方向をそろえることができる。

具体的には次の計算によって Event Plane の向きをそろえることができる。

$$\phi' = \phi - \Psi_2^{Flat} \quad (3.2.18)$$

ϕ はもとの粒子の方位角で ϕ' が回転後の粒子の方位角である。この計算を各イベントに対し行うことですべてのイベントで Event Plane の方向がそろう。第1.1.8項にあるように、 Ψ_2 は楕円流 v_2 の方向であり、x 軸の方向なので計算後に $\phi' = 0$ が x 軸にそろうようになる。

3.2.8 イベント・トラック選択

実データを扱う上で使用するイベントやトラックを選択することは解析の信頼性を上げるうえで重要な要素であり、怠ることで解析結果に誤った物理が出てきてしまう。

この作業はイベント選択からトラック選択の順に行われる。まずイベント選択について、その目的は物理的な意味のある衝突の選択にあり、具体的には衝突頂点位置 Z_{vtx} の値での選択や Centrality での選択がある。

次にトラック選択について、その目的は使用する使用する粒子の品質を上げることであり、3.2.3にあるように PID を行ったり、検出範囲 (η) の限定を行ったりすることで実行される。

4 実験方法

解析はシミュレーションデータと実データの両方を用いて行う。まずはシミュレーションデータを用いて手法の確立を行い、その手法を実データにも導入することで手法の効果を確かめる。

4.1 シミュレーションデータ解析

4.1.1 データ生成

解析で用いるシミュレーションデータは AMPT モデルを用いて重心衝突エネルギー $\sqrt{s_{NN}} = 39\text{GeV}$ の Au-Au 衝突を 1000 イベント生成した結果である。この時の重心衝突パラメータ b は $3.0\text{ fm} < b < 4.0\text{ fm}$ としている。

4.1.2 変調の導入

本研究では二種類の変調を手動でデータに対して導入する。

$$\text{変調 1 : } y' = y - a \cos(ky) \quad (4.1.1)$$

$$\text{変調 2 : } \rho'(y) = \rho(y) \cdot (1 - \alpha \cos(ky)) \quad (4.1.2)$$

y は粒子の生成位置であり、生成位置の非一様性をこの作業によって追加している。

変調 1(4.1.1) は先行研究^[1] によって定義されているもので、変調 2(4.1.2) は本研究にて変調がより現実らしくなるように新しく導入したものである。

k は波数に対応し、 $k = 0.4\text{fm}^{-1}$ で与えられる。この値は Chiral Soliton Lattice に類似した一次元変調 Chiral Spiral にて $k \approx \frac{2}{3}\mu_B$ が予言されており、 $\sqrt{s_{NN}} = 39\text{GeV}$ が $\mu_B \approx 120\text{GeV}$ に相当することから決められている。

また a および α は変調の強さを決定するフリーパラメータで、 α については範囲が $0 < \alpha < 1$ である。 k が決まったことで a の制限を決めることができ、変調前に y_1 と $y_2 (y_1 < y_2)$ だったものが変調後に $y'_2 < y'_1$ となることのないように a を制限すると範囲は $0 < a < 2.5$ となる。

変調の様子は下図に示す。

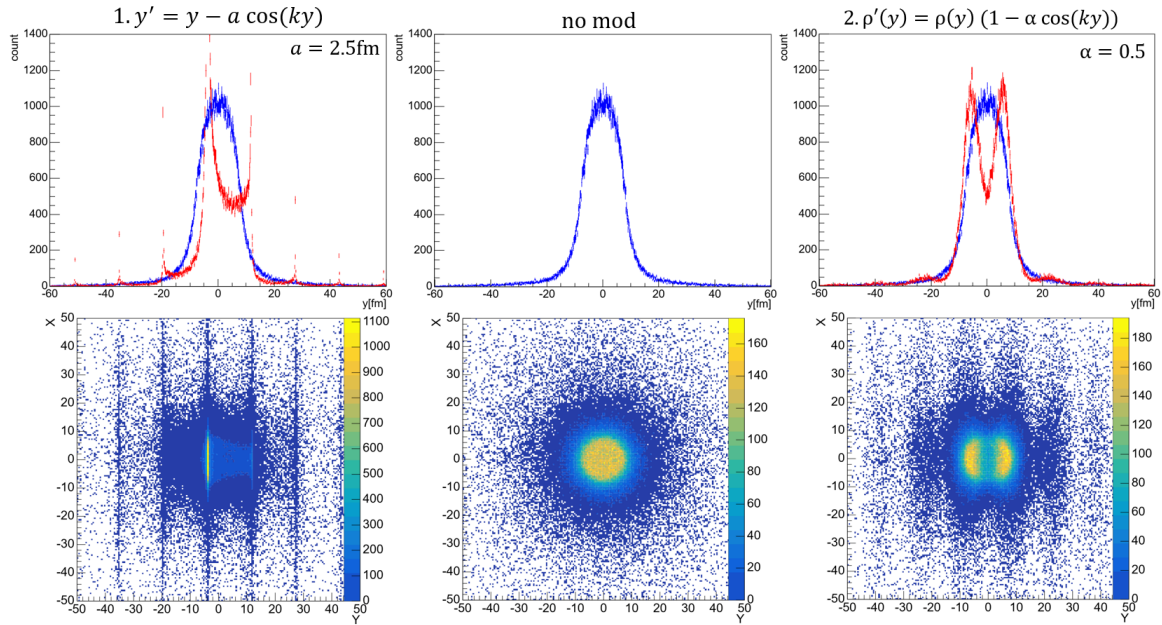


図23 加えた変調による分布の変化

4.1.3 二粒子相関関数の計算方法

第1.3.2項の式(1.3.12)にあるように二粒子相関関数は相対運動量 q と相対座標 r の内積の \cos の値の期待値で計算される。

各ペアについてこの値を計算し、 q についてヒストグラムを作成することで二粒子相関関数の値を出す。

この方法で計算する際に以下に示すような運動量フィルターを導入する。

$$\sqrt{q_x^2 + q_z^2} \leq \Delta q_y \quad (4.1.3)$$

$$\sqrt{q_y^2 + q_z^2} \leq \Delta q_x \quad (4.1.4)$$

式(4.1.3)は先行研究^[1]にて、計算する際に相対運動量が変調方向に平行な粒子対を選択するために定義されたもので、式(4.1.4)はそれをもとに比較用として新たに定義した相対運動量が変調方向に水平な粒子対を選択するためのものである。 Δq_y および Δq_x を小さく設定するほどそれぞれの軸に対して並行な相対運動量の大きいペア選択をしていることになる。

ここで運動量フィルターを用いずに計算したものを $C_2^{all}(q)$ 、 Δq_y を用いて計算したものを $C_2^{\Delta q_y}(q)$ 、 Δq_x を用いて計算したものを $C_2^{\Delta q_x}(q)$ と呼ぶ。

4.1.4 Event Plane の考慮

シミュレーションでは Event Plane は正確に決まった状態でデータを作成することができるが、実際の実験では Event Plane を誤差なく完璧に一致させることはできない。そこでシミュレーションデータ側に変調を加えた後に y 軸を基準に xy 平面で傾けることによって決定精度によるぶれの部分を導入する。

Event Plane resolution は

$$R_2 \equiv \langle \cos [2(\Psi_2^{RP} - \Psi_2)] \rangle \quad (4.1.5)$$

で定義される^[40]。Event Plane の決定精度は最もよくて $R_2 = 0.75$ ^[41] であり、これはおおよそ $\sigma = 20^\circ$ に相当するため、シミュレーションデータ解析でも同程度の不定性を導入する。

4.2 実データ解析

4.2.1 データ取得

ALICE Open Data^[42] にある $\sqrt{s_{NN}} = 2.76\text{TeV}$ の Pb-Pb 衝突 (Run number:139438) のデータを用いる。データは AliESDs.root ファイルに格納されており、AliROOT を通して解析を行う。

4.2.2 Centrality の決定

第3.2.5項にあるように正確に Centrality を決定する場合は V0M の分布を NBD-Glauber でフィッティングすることによって各イベントの Centrality を決定するが、今回は簡易的に全体の V0M の積分からその割合で閾値 (threshold) を決定し Centrality に相当するものとして扱う。十分に統計がある場合にはこの手法はフィッティングによる Centrality の決定と近いものになる。以降に出てくるこの研究に用いる Centrality は使用するデータに対する percentile である。

今回使用する実データの V0M の分布の計算結果は以下のようになっている。

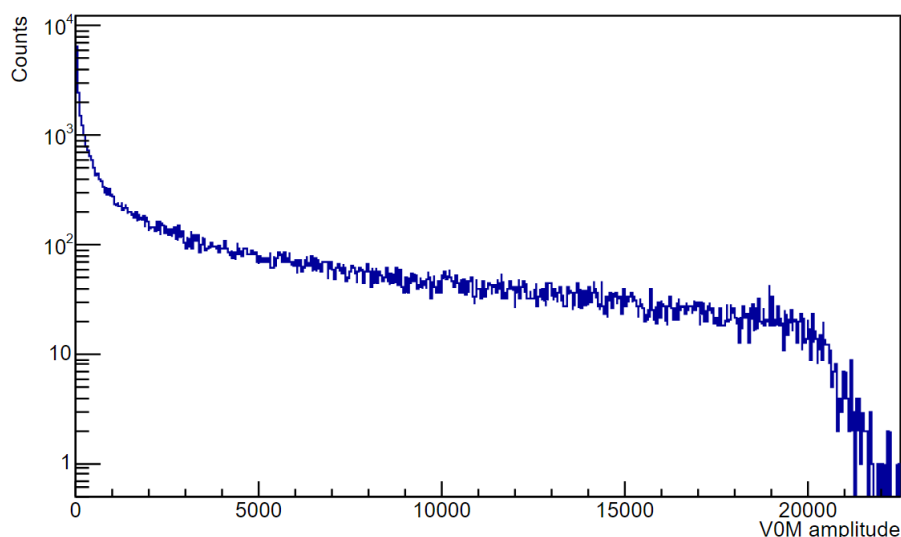


図24 使用する実データの V0M の分布

これは22と類似した分布になっている。これを割合によって分割したときの threshold の値が次の図である。

0- 5%	: 16006.0	<= V0M
5- 10%	: 12711.0	<= V0M < 16006.0
10- 20%	: 7985.0	<= V0M < 12711.0
20- 30%	: 4811.0	<= V0M < 7985.0
30- 40%	: 2702.0	<= V0M < 4811.0
40- 50%	: 1374.0	<= V0M < 2702.0
50- 60%	: 632.0	<= V0M < 1374.0
60- 70%	: 274.0	<= V0M < 632.0
70- 80%	: 106.0	<= V0M < 274.0
80- 90%	: 32.0	<= V0M < 106.0
90-100%	: 0.0	<= V0M < 32.0

図25 各イベントの VZERO の amplitude から決めた threshold

この threshold をもとに各イベントを Centrality ごとに分けていく。付録第8.4節にてこの threshold によって各イベントが均等に分けられていることが確認できる。

4.2.3 Flattening

3.2.6にあるように Flattening を実行するが、この作業に加えて補正項を計算する際に自己補正を避けるためにイベント数をカウントして、そのカウントの奇数と偶数で3.2.16の計算を分け Shifting を行った。

$$\Psi_2^{Flat} = \Psi_{2,odd}^{rec} + \Delta\Psi_{even} + \Psi_{2,even}^{rec} + \Delta\Psi_{odd} \quad (4.2.1)$$

この分割は統計が十分にある場合は自己補正についてその効果はとて小さくなり、かつ実行時の計算量が増えるため考慮するかどうかは任意である。また Q 計算時の注意点は付録第8.3節に掲載している。

計算結果については Centrality 5~10% について載せる。付録第8.5節にて 10~20% および 30~40% の結果を載せている。

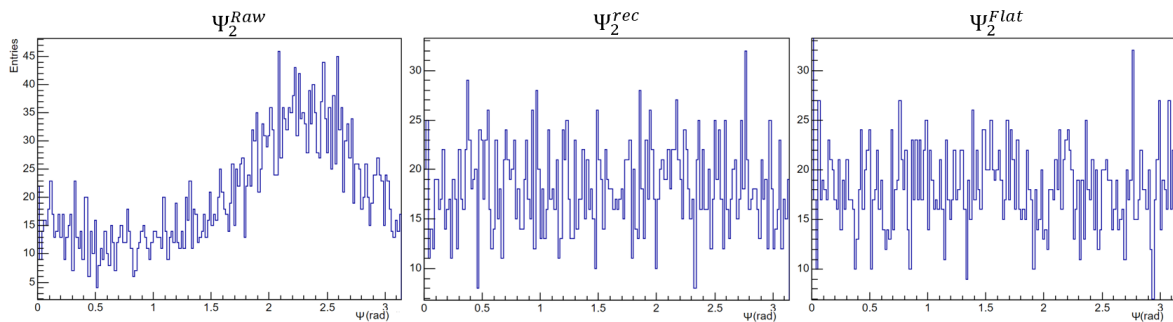


図26 Flattening による Ψ_2 の変化 (Cent:5~10%)

図から Recentering のみでかなりフラットになっていることが確認できる。また Recentering 及び Flattening でそこまで平坦になっているように見えないが、現在各 bin にて平均 20entry くらいであり、統計誤差を考えるとかなり平坦になっていると考えて十分である。よりきれいに平坦にするには統計を増やすことで見た目でもきれいになることが想定される。

4.2.4 イベント選択

実データを扱うにあたって使うデータを選択する必要がある。

まずはイベントの選択として衝突位置 Z_{vtx} について $|Z_{vtx}| < 10\text{cm}$ を取り、そのあとに使用する Centrality のデータを選択している。イベントとしての選択はこの二つであり、次段階として使用するトラックの選別を行う。

トラックの選別としてはまず正電荷であることを要求し、そのあとで $0.15 < pT < 2.0\text{GeV}/c$ 、 $|\eta| < 0.8$ 、TPC クラスタ数について $N_{TPC} > 70$ で制限している。そして PID には TPC の結果のみを用いており、AliPID から π^+ について TPC の $|n\sigma| < 3$ という条件で決定している。

ALICE 公式の π 粒子同士の HBT 相関関数計算に用いられている制限は $0.15 < pT < 1.0\text{GeV}/c$ 、 $|\eta| < 0.8$ 、TPC クラスタ数について $N_{TPC} > 90$ 、ITS ヒット数 2 以上、トラックが主相互作用頂点へ 1cm 以内に戻ることである [43]。

統計量を担保するために本研究では ALICE 公式の値よりも緩く制限を決めている。

4.2.5 二粒子相関関数の計算方法

1.3.3にあるように実験データにおける二粒子相関関数は Event-Mixing という手法で計算される。計算時に、4.1.3にある運動量フィルターと同様のものを導入する。フィルターの強さは $\Delta q_y = \Delta q_x = 30\text{MeV}$ としている。

計算結果については Flattening の結果と同様に Centrality 5~10% の $A(q)$, $B(q)$ および $C_2(q)$ を載せ、残りは付録第 8.7 節に載せる。

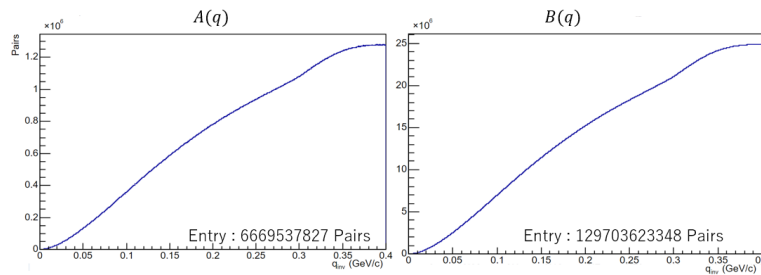


図27 運動量フィルターがない場合の $A(q)$, $B(q)$ (Cent:5~10%)

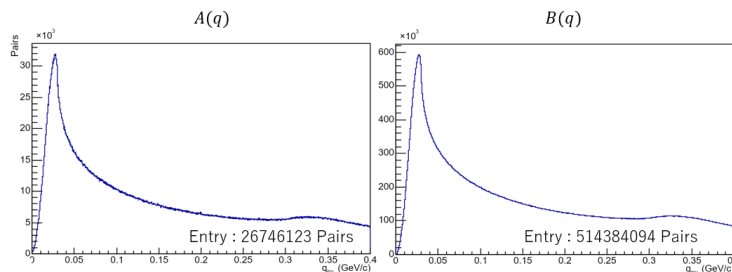


図28 Δq_y を導入した場合の $A(q)$, $B(q)$ (Cent:5~10%)

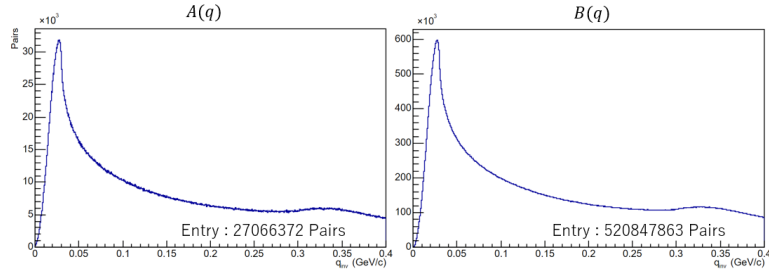


図29 Δq_x を導入した場合の $A(q), B(q)$ (Cent:5~10%)

これらの $A(q), B(q)$ を用いて計算した $C_2(q)$ が次図である。

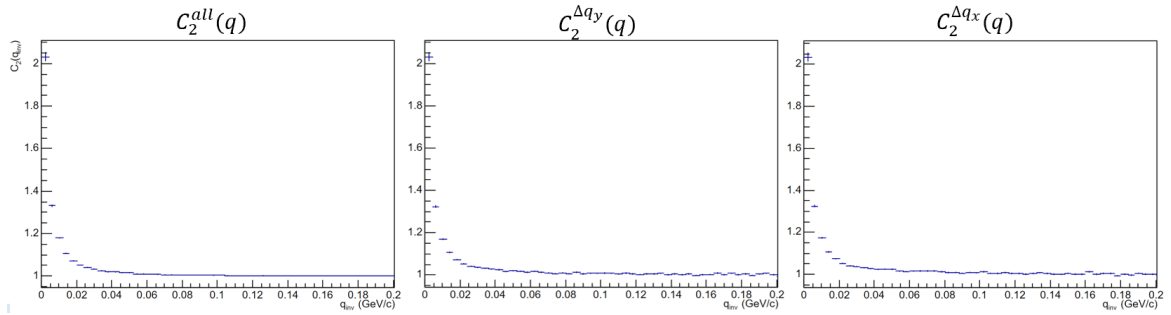


図30 各運動量フィルターでの $C_2(q)$ (Cent:5~10%)

ここで1.3.3にもあるように統計量の差を埋めるために規格化を行って高運動量両側 (今回は $0.2 \sim 0.4 \text{ GeV}/c$ に指定) で平均して 1 になるようにしている。

またここで注意すべきは今回の計算では簡易的な解析のために Coulomb 補正を行っていない点である。計算に用いる同種 2 粒子は量子統計だけではなく、クーロン力や強い相互作用といった最終状態相互作用も受ける。これが斥力として C_2 を減らす方に働く。この効果を考慮するのが Coulomb 補正である。補正を行わなかった場合これらの両方の畳み込みとして $C_2(q)$ が観測される。その結果は $0.05 \text{ GeV}/c$ より小さい部分の C_2 の抑制、延いてはソースサイズ R の過小見積もりとして出る [44, 45, 46]。本研究では Coulomb 補正を適用していないため、低運動量領域での相関関数の抑制が含まれている。したがって、ここで議論する $C_2(q)$ の形状は量子統計効果と最終状態相互作用が畳み込まれた結果であり、抽出される半径パラメータは有効半径に相当する。

4.3 シミュレーションデータと実データの比較

まずそれぞれの状況についてまとめるとシミュレーションデータは Au-Au 衝突で $\sqrt{s_{NN}} = 39 \text{ GeV}$ 、 $3.0 \text{ fm} < b < 4.0 \text{ fm}$ であり、実データは Pb-Pb 衝突で $\sqrt{s_{NN}} = 2.76 \text{ TeV}$ である。

シミュレーションデータと実データの両方を扱うにあたってそれぞれのシチュエーションを揃えるのが理想だが、原子核の種類および重心衝突エネルギーが異なる点や、そもそも実データに対する Centrality の決定が percentile による簡易的なものであることを考慮し、同じ運動量フィルターという仕組みを用いた解析という点でのみ比較を行う。

4.4 結果の評価方法

4.1.3で計算した二粒子相関関数 $C_2^{all}(q), C_2^{\Delta q_y}(q), C_2^{\Delta q_x}(q)$ を用いて

$$R_{all}^{\Delta q_y} = \frac{C_2^{\Delta q_y}(q)}{C_2^{all}(q)} \quad (4.4.1)$$

$$R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y} = \frac{C_2^{\Delta q_y}(q)}{C_2^{\Delta q_x}(q)} \quad (4.4.2)$$

の二つを定義する。この二つの R をシミュレーションデータおよび実データの両方で計算し評価する。

5 結果

5.1 シミュレーションデータ解析結果

シミュレーションデータ解析の結果としては実験方法の部分で挙げた二種類の変調である
変調 1 $y' = y - a \cos(ky)$ (4.1.1) と 変調 2 $\rho'(y) = \rho(y) \cdot (1 - \alpha \cos(ky))$ (4.1.2) のそれぞれについて、 $R_{all \text{ or } \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の計算結果を示す。

5.1.1 変調 1 での $R_{all \text{ or } \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の計算結果

図の黒色が変調を加えずに計算した結果であり、赤色が変調を加えたデータ、青色が変調を加えた後にすべてのペアを一律 20° 傾けたデータ、紫色が $\sigma = 20^\circ$ で傾けたデータで計算した結果である。 $R_{all}^{\Delta q_y}$ 、 $R_{all}^{\Delta q_y}$ の両方とも $a = 2.5\text{fm}$ 、 $k = 0.4\text{fm}^{-1}$ 、 $\pi^+100,000$ events についての計算した。

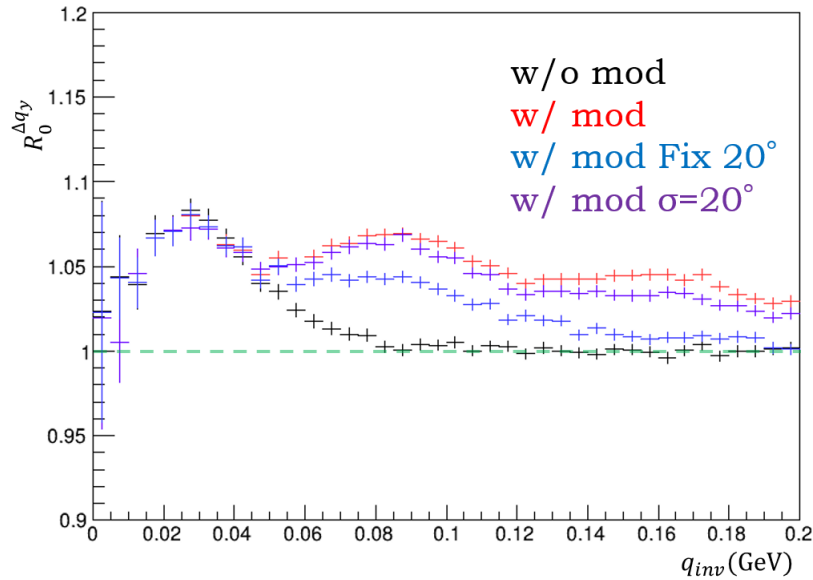


図31 複数のシチュエーションでの $R_{all}^{\Delta q_y}$ の結果

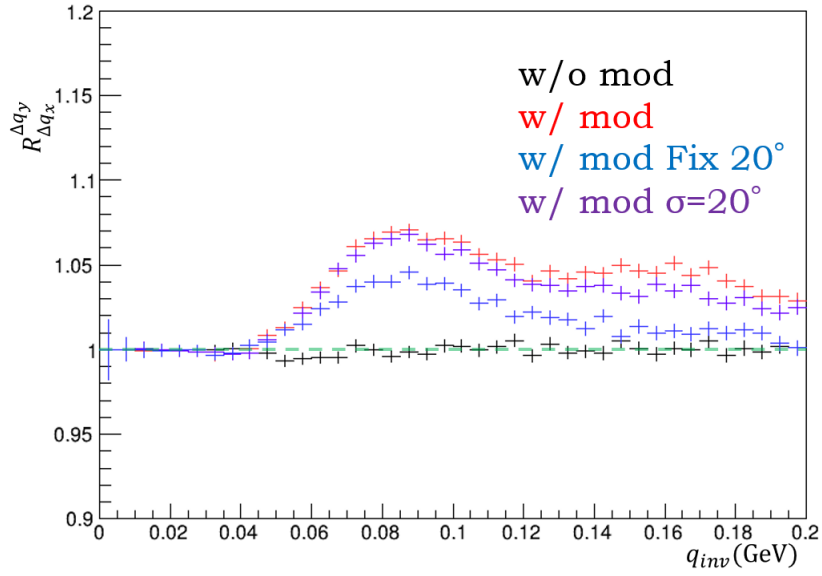


図32 複数のシミュレーションでの $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

5.1.2 変調 2 での $R_{all\ or\ \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の計算結果

まず運動量フィルターの大きさを変えた結果を示す。統計量について運動量フィルター 30MeV, 10MeV は 100,000events、5MeV は 200,000events を用いた計算結果である。

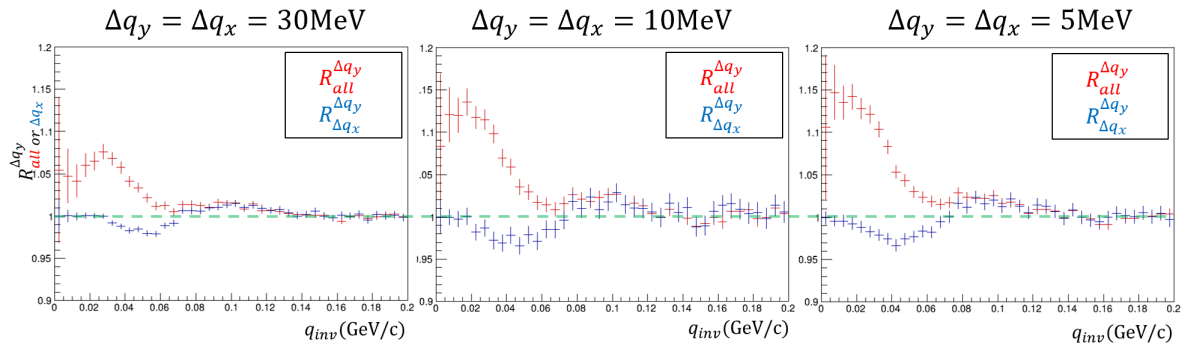


図33 $\alpha = 0.5$ での $R_{all\ or\ \Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

次に α の値を変えた結果を示す。 $\Delta q_y = \Delta q_x = 10\text{MeV}$ である。

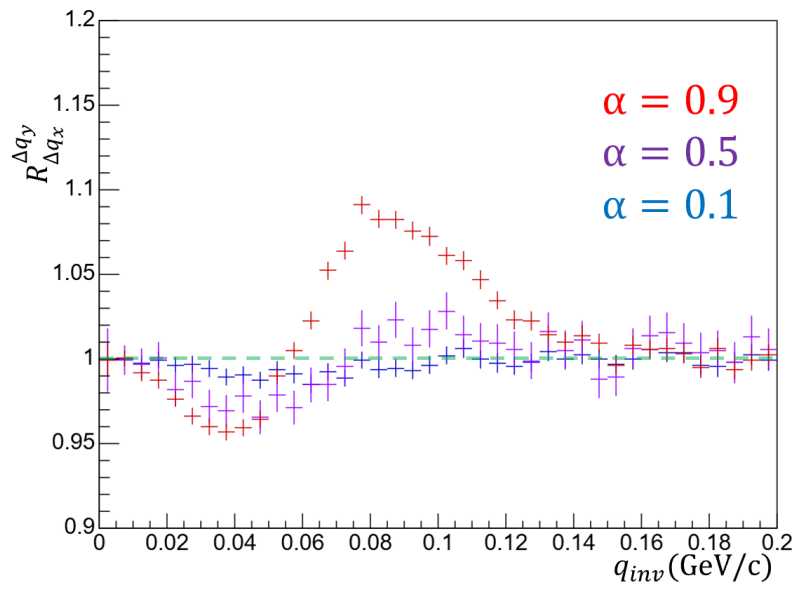


図34 $\alpha = 0.1, 0.5, 0.9$ での $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

5.2 実データ解析結果

実データでは Centrality ごとの結果を示す。各 Centrality での計算の統計量については $A(q)$ および $B(q)$ のペアの数から確認できる。Centrality 5~10% の計算は他の Centrality と比べ約 2 倍のイベント数から計算している。

5.2.1 Centrality 5%~10%

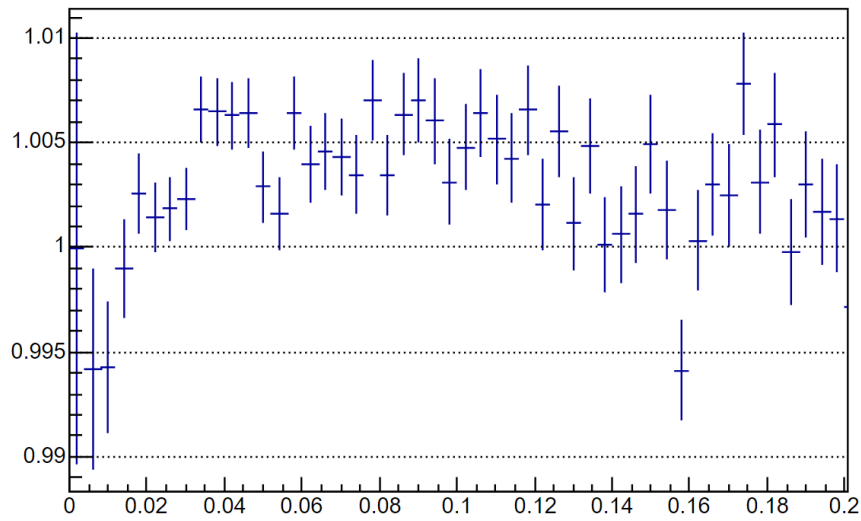


図35 $R_{all}^{\Delta q_y}$ の結果

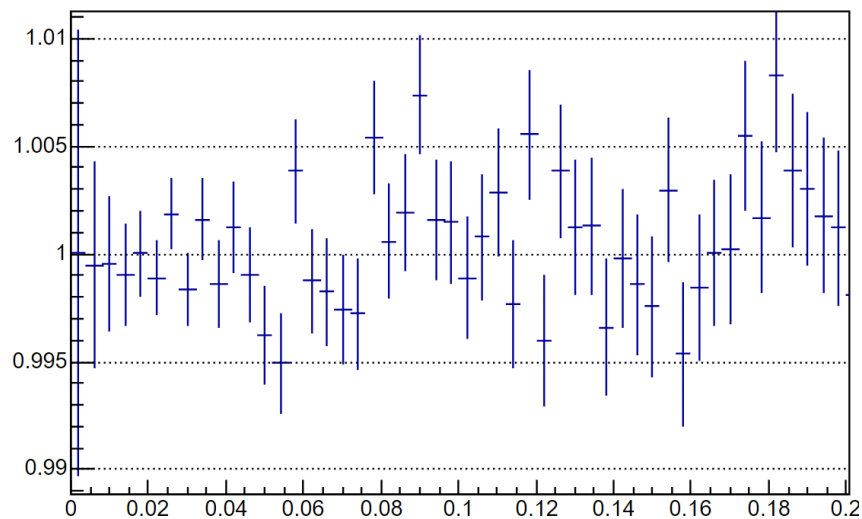


図36 $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

5.2.2 Centrality 10%~20%

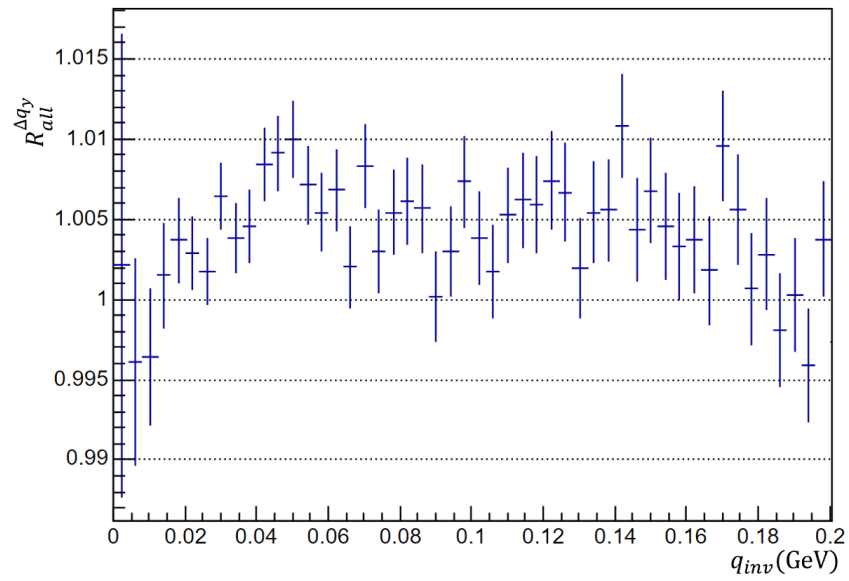


図37 $R_{all}^{\Delta q_y}$ の結果

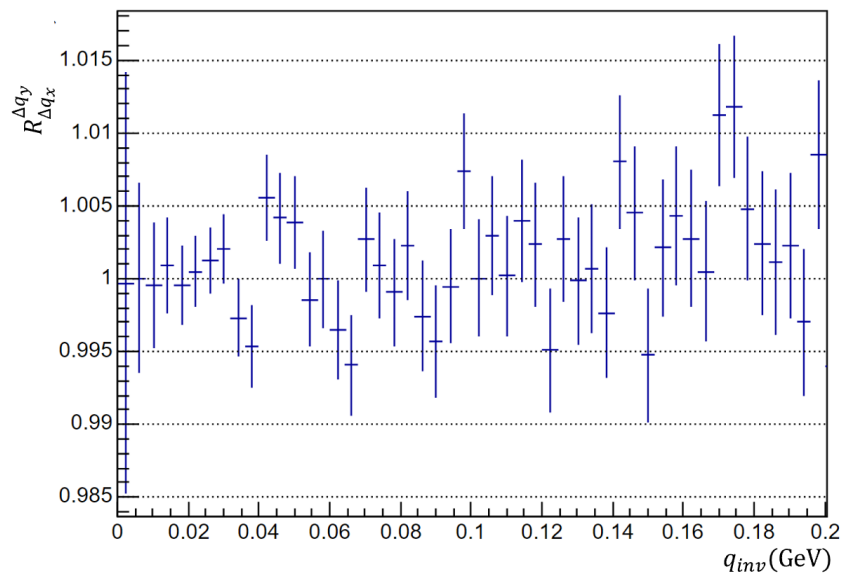


図38 $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

5.2.3 Centrality 30%~40%

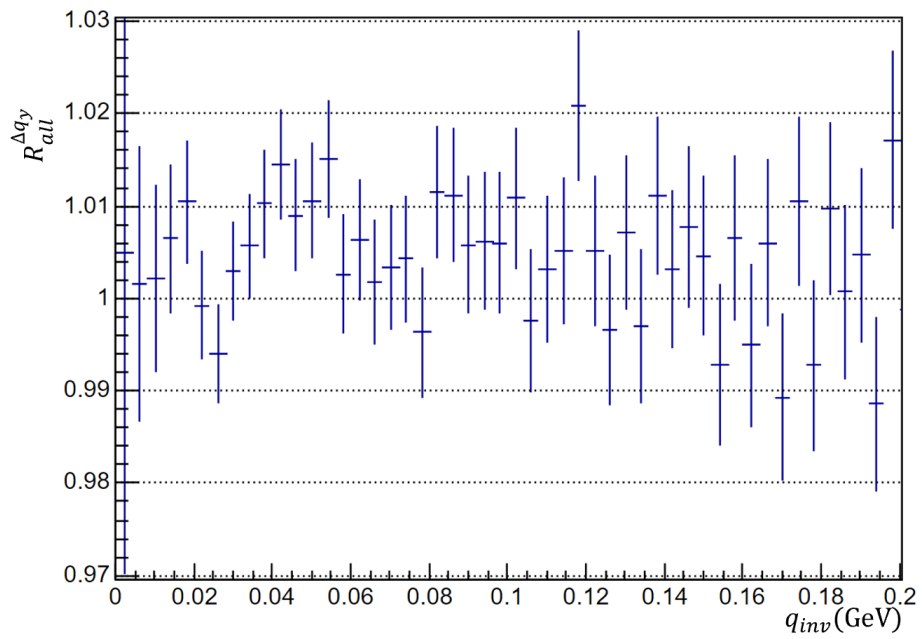


図39 $R_{all}^{\Delta q_y}$ の結果

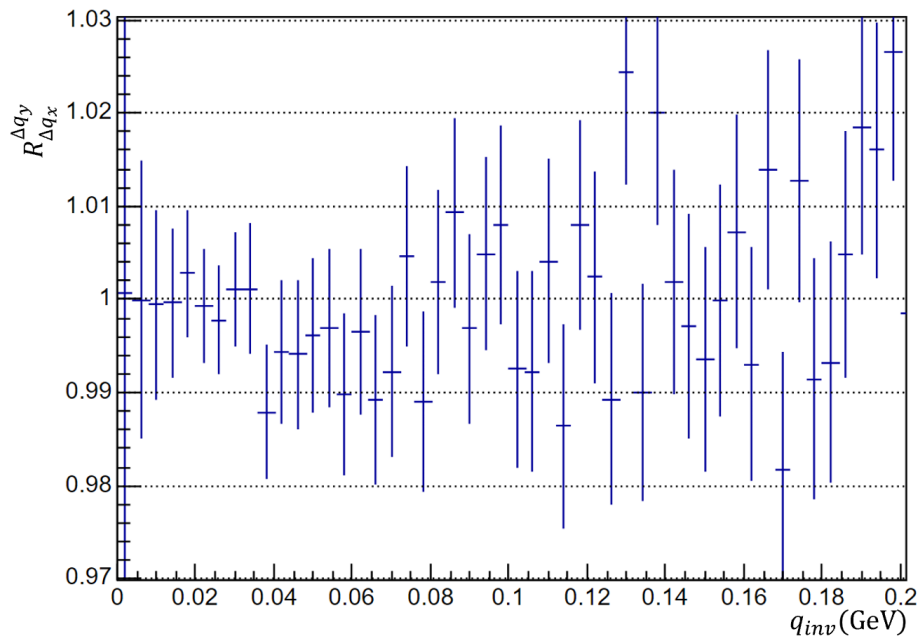


図40 $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の結果

6 考察

6.1 二粒子相関関数の妥当性

計算した二粒子相関関数についてまずはその妥当性の評価を行う。そこで図30にある二粒子相関関数のうち従来用いられている C_2^{all} から式(1.3.10)をもとに R を推定して評価する。図より $q_{half}=0.01 \sim 0.02 \text{ GeV}/c$ とすると $R \approx 8.2 \sim 16.4 \text{ fm}$ 。オーダーとしては Coulomb 補正がなかったとしても ALICE の公式の結果^[47] と近い結果となっている。

6.2 変調に対するシグナル

変調に起因するシグナルについて考える。

本研究で導入した空間変調は、HBT 相関関数において相対運動量 q 空間の特徴的構造として現れる。これは HBT 相関関数が相対座標分布 $S(r)$ のフーリエ変換に対応するためであり、空間構造の波数 k が運動量空間に写像されることに起因する。

変調 1 は、粒子放出位置に周期的変位を与える座標変換（位相変調）である。この場合、相対座標分布には波数 k の周期構造が導入されるため、二粒子相関関数には主として

$$q \simeq \hbar c k \quad (6.2.1)$$

に対応するピークが現れる。

一方で変調 2 は密度に対する振幅変調であり、単粒子密度に波数 k の周期構造が直接導入される。この密度変調を二粒子分布に拡張すると、一次の項から $\cos(k \cdot r/2)$ 成分、二次の項から $\cos(k \cdot r)$ 成分が生じる。その結果、二粒子相関関数には

$$q \simeq \hbar c \frac{k}{2} \quad \text{および} \quad q \simeq \hbar c k \quad (6.2.2)$$

に対応する二つのスケールの構造が現れる。ここで本研究で用いた $k = 0.4 \text{ fm}^{-1}$ に対して対応する q を求めると

$$q_k \approx 0.08 \text{ GeV}/c, \quad q_{k/2} \approx 0.04 \text{ GeV}/c \quad (6.2.3)$$

となり、変調 1 では主に $0.08 \text{ GeV}/c$ に、変調 2 では $0.04 \text{ GeV}/c$ と $0.08 \text{ GeV}/c$ の両方に特徴的ピークが現れることが予期される。

ここで結果を見ると変調 1 で $q_{inv} = 0.08 \text{ GeV}/c$ 、変調 2 で $q_{inv} = 0.04, 0.08 \text{ GeV}/c$ という波数 k に対応したシグナルが見えている。

6.3 Δq_x の効果

新しく導入した Δq_x の効果を確認するために同じ状況の $R_{all}^{\Delta q_y}$ と $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ を比較する。

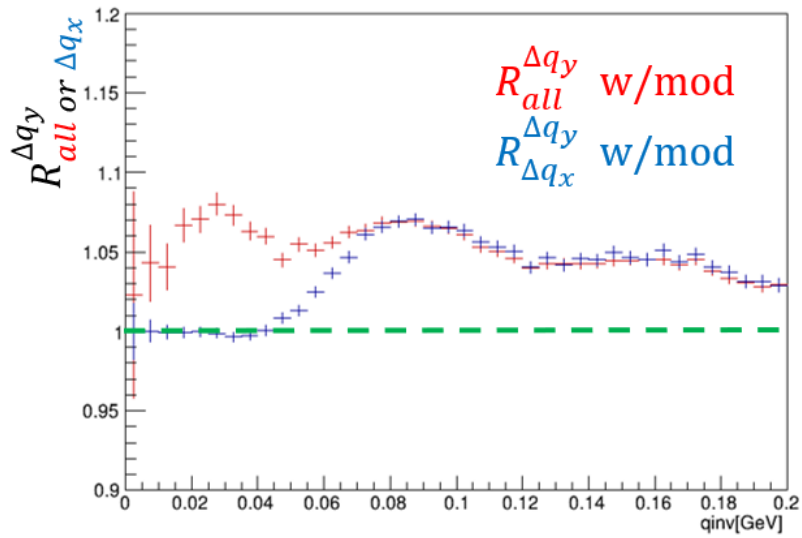


図41 シミュレーションデータでの Δq_x の有無での比較

まずシミュレーションデータについて考える。上図41は変調1のデータについて角度は付けずに計算した結果である。図41の0.08GeV/cあたりのシグナルについて Δq_x の有無によって差はなく、低 q_{inv} の部分にのみ差が出ている。図31と図32の両方を見てわかるようにこの低 q_{inv} の構造は変調の有無に関係のない構造であり、物理に関係のないものである。つまり Δq_x の導入はシグナルの強度は変えず、関係のない構造を消すことができ1からのずれでシグナルを判別できるようになるため、解析において有用であると言える。このことは変調2の結果である図33でも確認できる。

また運動量フィルターの強さによる効果については図33より、値を小さく(ペア選択を厳しく)することによってシグナルがより大きくなることが分かる。しかしフィルターをきつくすればするほど統計量が落ちるため、十分評価できる統計があるかどうかをまず考える必要がある。

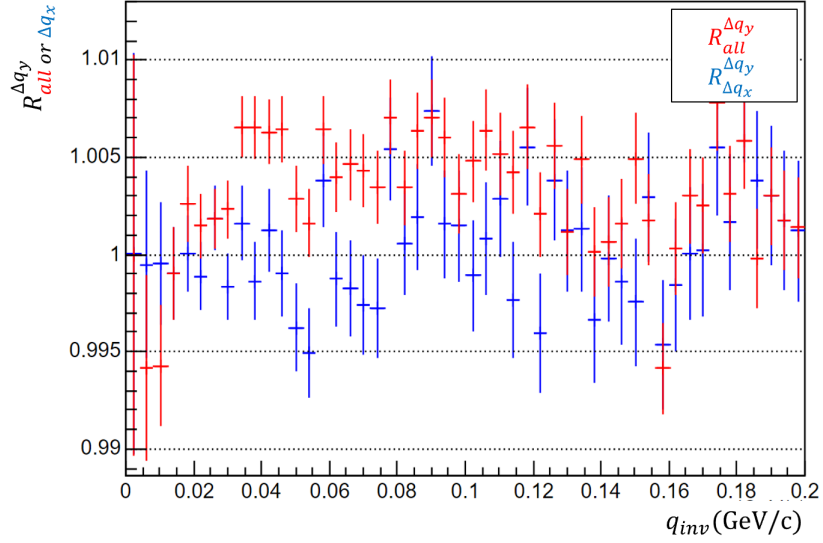


図42 実データでの Δq_x の有無での比較 (Cent:5~10%)

実データについてもその効果を確認する。こちらも Δq_x の有無で差を確認できる。

使用しているデータは $\sqrt{s_{NN}} = 2.76\text{TeV}$ かつ Centrality が 5~10% であるため、期待される結果はシミュレーションでの変調なしの結果に近いものである。

それぞれの結果について確認すると、 $R_{all}^{\Delta q_y}$ は 1 とずれていることが確認できるが、 $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ については 1 というにはエラーの範囲からして不確かである。まずは手法によるものである可能性を排除する必要がある、原因を特定するには統計を増やすことによって 1 に近づく可能性と、二粒子相関関数に直接影響のある Coulomb 補正などの終状態相互作用の導入によって 1 に近づく可能性がある。

6.4 精度の評価

ここで実データについて精度の計算を行う。1 からのずれの指標として χ^2/ndf と Z を以下のように定義する。

$$\chi^2/ndf = \sum \frac{(R_i - 1)^2}{\sigma_i^2} / N_{bin} \quad (6.4.1)$$

$$Z = \frac{\delta}{\sigma_\delta} \quad (6.4.2)$$

今 R は各ビンの値であり、 $\delta = \frac{\sum w_i (R_i - 1)}{\sum w_i}$ 、 $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$ 、 $\sigma_\delta = \frac{1}{\sqrt{\sum w_i}}$ である。 χ^2 は値が 1 に近いほど分布が 1 に近く、大きいほど分布が 1 から外れているという意味であり、 Z は 1 から平均的にどのくらいずれているのか (統計誤差から何倍でずれているのか) を数値化したものである。

この精度について Centrality 5 ~ 10%、シミュレーション結果から $0 < q_{inv} < 0.1$ の範囲での 1 からのずれを計算すると、計算結果は $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ では、 $Z = -0.149\sigma$ 、 $\chi^2/ndf = 1.16$ 、 $R_{all}^{\Delta q_y}$ では、 $Z = 11.0\sigma$ 、 $\chi^2/ndf = 6.43$ である。

$R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ については Z の値が 0 に近く、 $R_{all}^{\Delta q_y}$ については Z が 0 から大きく外れている。これによってシグナルが存在した場合に R の値が 1 からずれるようになるという Δq_x の有意性が今回は 1 になっているという点

で実データでも示されたといえる。しかし前述の通りここには終状態相互作用の影響を導入していないため、導入した状態での計算も行う必要はある。

6.5 状況によるシグナルの変化

6.5.1 シミュレーションデータ

シミュレーションデータでは Event Plane の影響と振幅 (α) の差によるシグナルの変化について考える。

まず Event Plane の影響について、図32よりその決定精度程度の不定性を導入することでシグナルが抑制されることが確認できる。すべてを 20° 傾けたときの結果と傾けていないときの結果の間に $\sigma = 20^\circ$ で傾けた結果があることも想定通りの結果である。

傾けていないときの結果と $\sigma = 20^\circ$ で傾けた結果が大差ないことからシミュレーションで想定している振幅があれば現在の Event Plane の決定精度で観測可能であることが言える。

次に振幅 (α) の差によるシグナルの変化を確かめる。図34より α の大きさによってシグナルが変化し、 α が小さいほどシグナルが小さくなっている。これは α が小さくなるということは無変調に近づくということであり、無変調では1になるため矛盾はない結果となっている。

振幅によるシグナルの変化を捉えることができているため、実際に実データでシグナルが観測された際に、その強さからモデルに対する振幅の強さを求めることができる。

6.5.2 実データ

実データでは Centrality ごとのシグナルの変化について考える。 $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ は x 軸方向と y 軸方向の対称性から1になると考えており、1に近づくのは中心衝突に近いほどその影響は大きいと考えている。そのため5~10%は1になると考えているが、Centrality 30~40%での結果については結果から確認する必要がある。

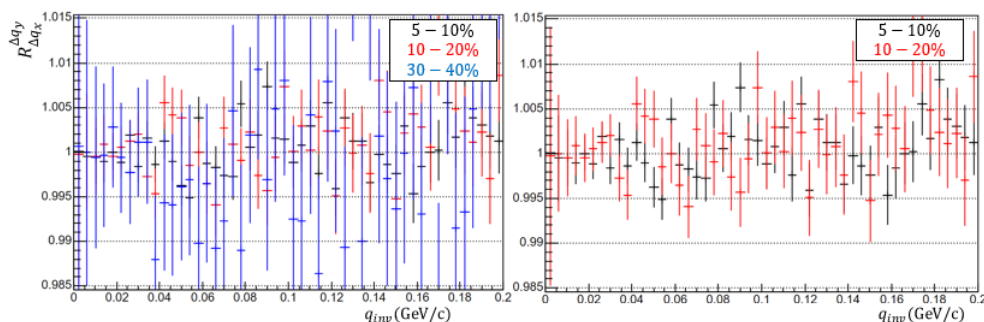


図43 実データでの Centrality ごとの $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の違い

図43の左図は3つの Centrality の結果を重ねたものである。青色が Centrality 30~40% のものであるが、他の Centrality と比べエラーが大きくなっている。これはイベント数は同じくらい存在するが、衝突が非中心になるにつれて生成される粒子の数が減り、計算に用いることができる粒子数が減少したことに起因していると考えられる。そのため今後としては統計量を増やす必要があるが、まずは5~10%と10~20%を比較する。この二つを重ねたのが右図である。結果としてはこの Centrality 差では特に目立った差は見られない。中心度の違いによる差は x 軸方向と y 軸方向の差に出る可能性があり、30~40%については統計量を増やして要確認である。

7 結論と展望

7.1 結論

本研究では、原子核衝突初期に形成されるクォーク物質が空間的周期構造を持つ場合に、その非一様性がハドロン凍結後の粒子相関にどのような影響を与えるかを評価することを目的とした。

シミュレーションデータに対して周期波数 $k = 0.4 \text{ fm}^{-1}$ の空間変調を導入した結果、相対運動量方向に依存したフィルターを用いることにより、波数に対応したシグナルのピークを二粒子相関関数の比から観測した。また変調方向と垂直方向それぞれで二粒子相関関数を計算し比を取ると、シグナルが 1 からのずれで判別できることを発見した。これは、本手法が空間的非一様構造に対して感度を持つことを示している。

ALICE 実験の実データへの適用では、条件依存の違いが見られ、最終状態相互作用の影響を考慮する必要があるが、手法の有意性を示す結果となった。

7.2 本研究の意義

本研究では、空間的周期構造を持つ QCD 特異状態の観測可能性を、二粒子干渉を用いて体系的に評価した。従来の HBT 解析はソースサイズの評価を主目的としてきたが、本研究では相関関数の方向依存性に着目することで、空間構造そのものへの感度を持つ解析手法を提案する。

また、初期状態の非一様性が最終状態にどの程度反映され得るかという問題に対して、観測量レベルでの具体的指標を提示したことは、QCD 物質の空間構造研究に新たな方向性を与えるものである。

7.3 今後の展望

本研究によって非一様性のシグナルを扱う枠組みを提唱した。この結果を発展させるためにシミュレーション及び実データそれぞれについて次の目標を挙げる。

シミュレーション解析においては、現在導入している変調 1 および変調 2 の単純な周期モデルを出発点として、変調振幅 a や α 、波数 k を連続的に変化させることで、観測可能なシグナル強度のパラメータ依存性を体系的に整理することができる。さらに、より現実的な初期状態を反映した変調形状の導入も可能であり、本研究手法は多様な非一様モデルへ柔軟に適用できる枠組みを提供している。

実験データ解析に関しては、より高統計データの利用により、方向依存の微小な相関差を統計的に有意な水準で評価できると期待される。また、二粒子相関関数の計算にあたり、今回は Coulomb 補正を入れていないので、Coulomb 補正や最終状態相互作用の取り扱いを高度化することで、二粒子相関関数の精密解析が期待される。加えて、本研究では一次元の相関関数を主に扱ったが、三次元 HBT 解析や k_T 依存性を導入することで、流体膨張の効果と空間構造由来の効果の分離が可能となり、より精密な物理議論へ発展できる可能性がある。

8 付録

8.1 変調の導入

変調の入れ方

```
y_bins = np.linspace(-60, 60, bin)
hist, edges = np.histogram(xy_select, bins=y_bins, density=True)
y_centers = 0.5 * (edges[:-1] + edges[1:])
rho_y = hist
rho_target = rho_y * (1 - a * np.cos(k * y_centers))
rho_target = np.clip(rho_target, 0, None) # 負の密度を避ける

# CDFを計算
cdf_original = np.cumsum(rho_y)
cdf_original /= cdf_original[-1]
cdf_target = np.cumsum(rho_target)
cdf_target /= cdf_target[-1]

# 逆関数を作成してマッピング
inv_cdf_target = interp1d(cdf_target, y_centers, bounds_error=False, fill_value="extrapolate")
cdf_vals = interp1d(y_centers, cdf_original, bounds_error=False, fill_value="extrapolate")(xy_select)
xy_mod = inv_cdf_target(cdf_vals)
```

図44 変調 2 の入れ方

8.2 変調後の分布

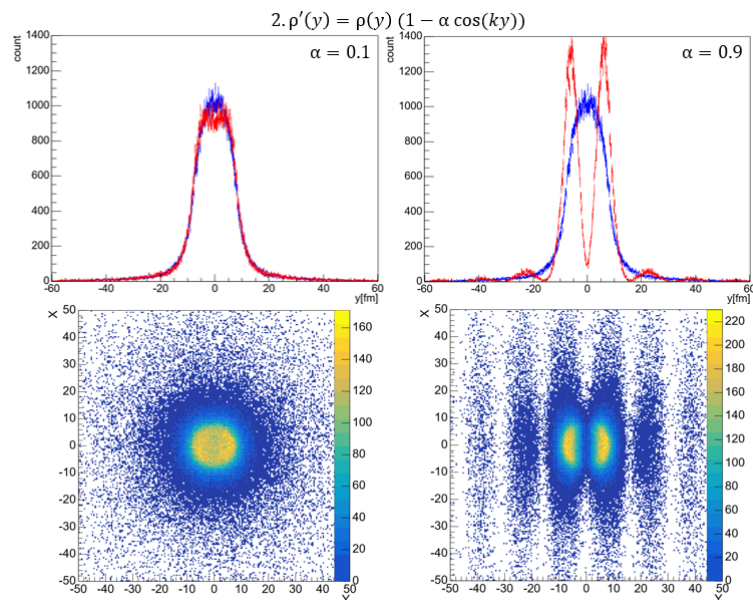


図45 $\alpha = 0.1$ および 0.9 のときの分布

8.3 Q 計算時の注意点

Q は式(3.2.12)、(3.2.13)にあるように計算され、V0A と V0C の両方で計算される。この時注意すべきことは VZERO-A と VZERO-C の位置関係である。図16及び図17にあるように分割されており、向かい合った形で置かれている。データとしては VZERO として $i = 0\sim 63$ で収納されていて、 $i = 0\sim 31$ が VZERO-C 側、 $i = 32\sim 63$ が VZERO-A 側に対応している。 z 軸で反対側にあるため Q を計算するときの ϕ を計算するとき VZERO の位置を使っており、計算を行う際には座標系を揃える必要があるため基準点をどちらかに設定し、もう片方については $\phi + \pi$ で計算を行う必要がある。今回は V0C を基準にし、V0A 側 ($i = 32\sim 63$) で π を足して計算を行っている。

8.4 Centrality について

Centrality を threshold で切った時のそれぞれのイベント数は以下の通りである。

```

=== Centrality class event counts (using computed thresholds) ===
 0- 5% : 3281
 5-10% : 3282
10-20% : 6562
20-30% : 6563
30-40% : 6562
40-50% : 6564
50-60% : 6558
60-70% : 6575
70-80% : 6565
80-90% : 6598
90-100% : 6509
=====

```

図46 Centrality ごとのイベント数

8.5 Centrality ごとの Flattening の結果

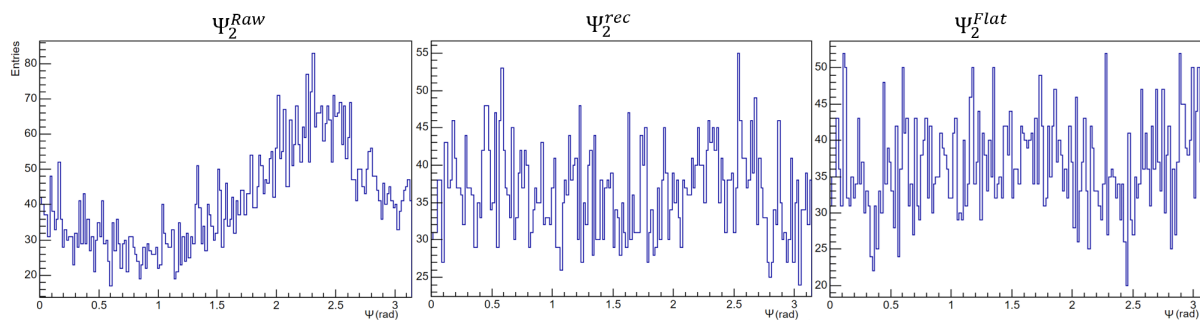


図47 Flattening による Ψ_2 の変化 (Cent:10~20%)

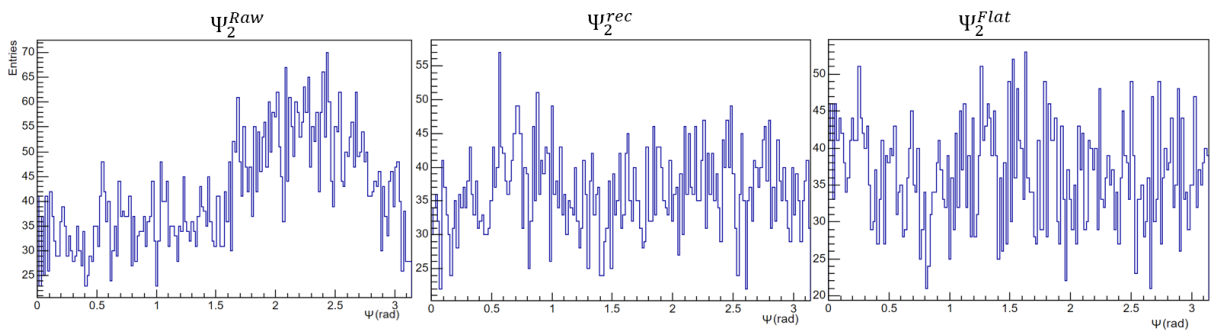


図48 Flattening による Ψ_2 の変化 (Cent:30~40%)

現在% ごと一括で Flattening を実行しているが、5% 区切りに分別して実行することでさらなる改善は見込めると考えている。

8.6 二粒子相関関数計算の実装

二粒子相関関数の計算に用いる $A(q)$ と $B(q)$ の実装について計算コードを示す。

```
// =====
// numerator (same-event)
// =====
for (size_t i=0; i<trk.size(); ++i) {
    for (size_t j=i+1; j<trk.size(); ++j) {

        const Double_t qinv = QinvPion(trk[i], trk[j]);

        fNum_qinv_all->Fill(qinv);

        const Double_t dqx = trk[i].X() - trk[j].X();
        const Double_t dqy = trk[i].Y() - trk[j].Y();
        const Double_t dqz = trk[i].Z() - trk[j].Z();

        const Double_t q_xz = TMath::Sqrt(dqx*dqx + dqz*dqz);
        const Double_t q_yz = TMath::Sqrt(dqy*dqy + dqz*dqz);

        if (q_xz < fQcut) fNum_qinv_xz->Fill(qinv);
        if (q_yz < fQcut) fNum_qinv_yz->Fill(qinv);
    }
}
```

図49 Same Event の計算方法

```

// =====
// denominator (mixed-event)
// =====
auto& pool = fPool[ic][iz];

if ((Int_t)pool.size() >= fPoolMinEvents) {
  for (const auto& evp : pool) {
    const auto& mix = evp.p;

    for (size_t i=0; i<trk.size(); ++i) {
      for (size_t j=0; j<mix.size(); ++j) {

        const Double_t qinv = QinvPion(trk[i], mix[j]);

        // --- NEW: no dq-cut
        fDen_qinv_all->Fill(qinv);

        const Double_t dqx = trk[i].X() - mix[j].X();
        const Double_t dqy = trk[i].Y() - mix[j].Y();
        const Double_t dqz = trk[i].Z() - mix[j].Z();

        const Double_t q_xz = TMath::Sqrt(dqx*dqx + dqz*dqz);
        const Double_t q_yz = TMath::Sqrt(dqy*dqy + dqz*dqz);

        if (q_xz < fQcut) fDen_qinv_xz->Fill(qinv);
        if (q_yz < fQcut) fDen_qinv_yz->Fill(qinv);
      }
    }
  }
}

```

図50 Mixed Event の計算方法

ここで Mixed Event を計算するのは pool に 3 イベントたまってからであり、その後は最大 10 イベントまで保持し、10 イベントを越えた場合は古いものを pool から出し、新しいものに更新している。

8.7 Centrality ごとの $A(q)$ 、 $B(q)$ および $C2(q)$

Centrality 5~10% のときと同様に $\Delta q_y = \Delta q_x = 30\text{MeV}$ である。

8.7.1 Centrality 10~20% の場合

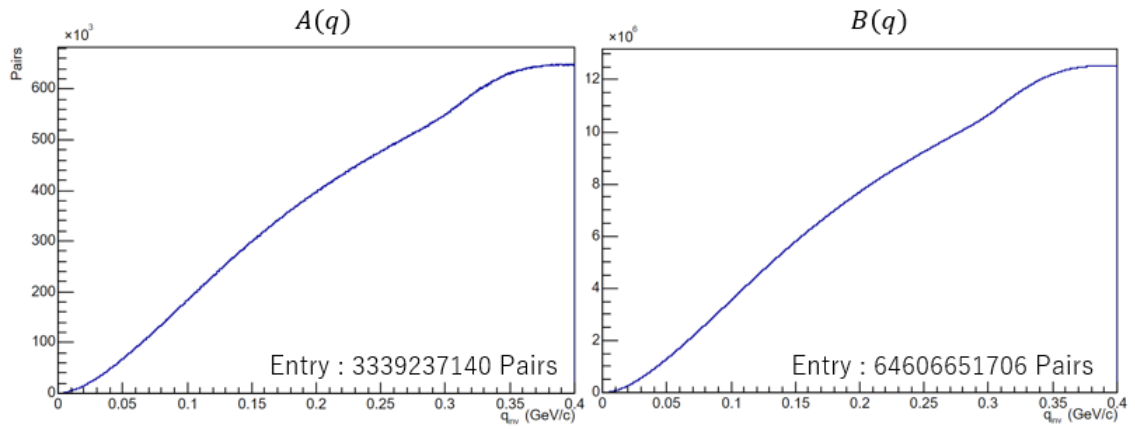


図51 運動量フィルターがない場合の $A(q), B(q)$ (Cent:10~20%)

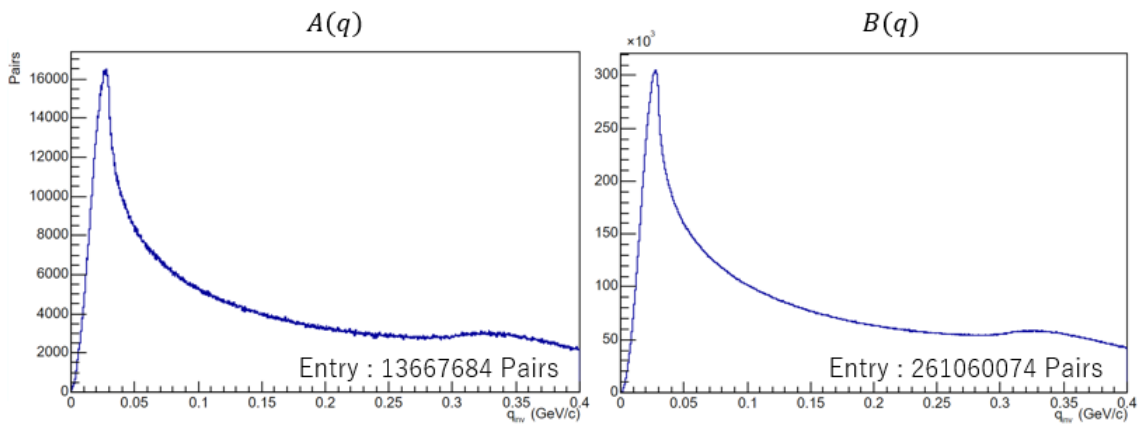


図52 Δq_y を導入した場合の $A(q), B(q)$ (Cent:10~20%)

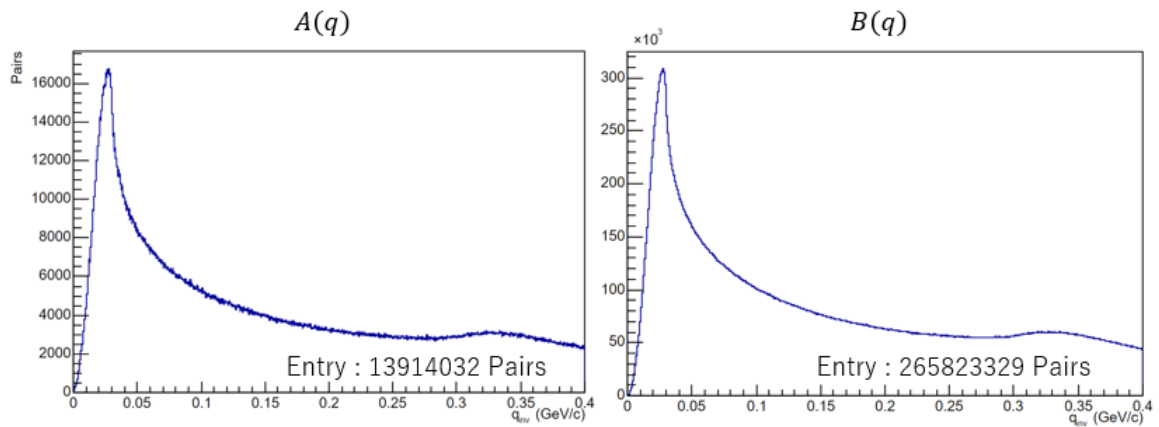


図53 Δq_x を導入した場合の $A(q), B(q)$ (Cent:10~20%)

これらの $A(q), B(q)$ を用いて計算した Centrality 10~20% の $C_2(q)$ が次図である。

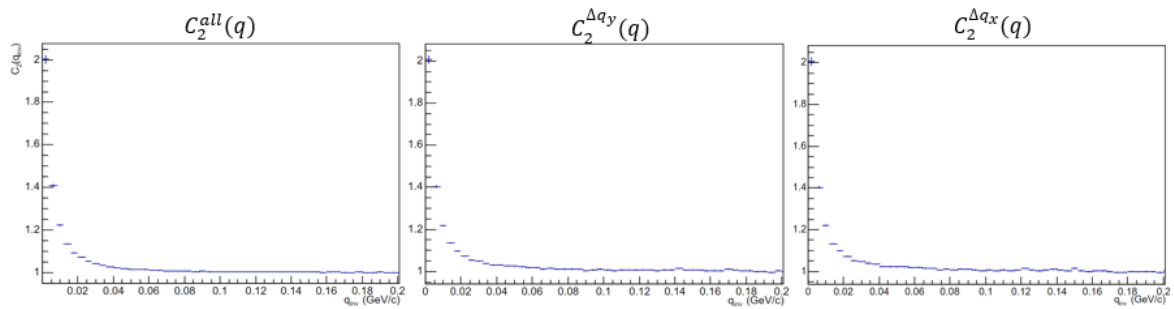


図54 各運動量フィルターでの $C_2(q)$ (Cent:10~20%)

8.7.2 Centrality 30~40% の場合

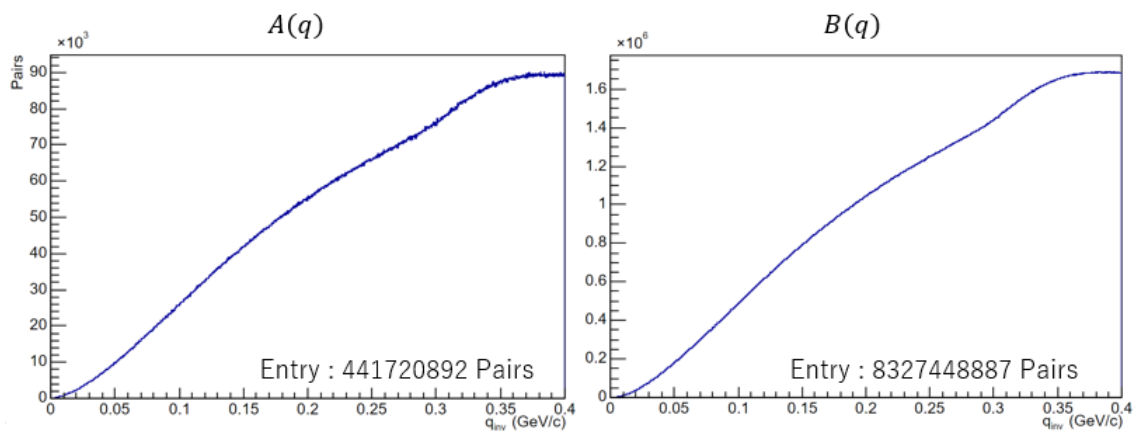


図55 運動量フィルターがない場合の $A(q), B(q)$ (Cent:30~40%)

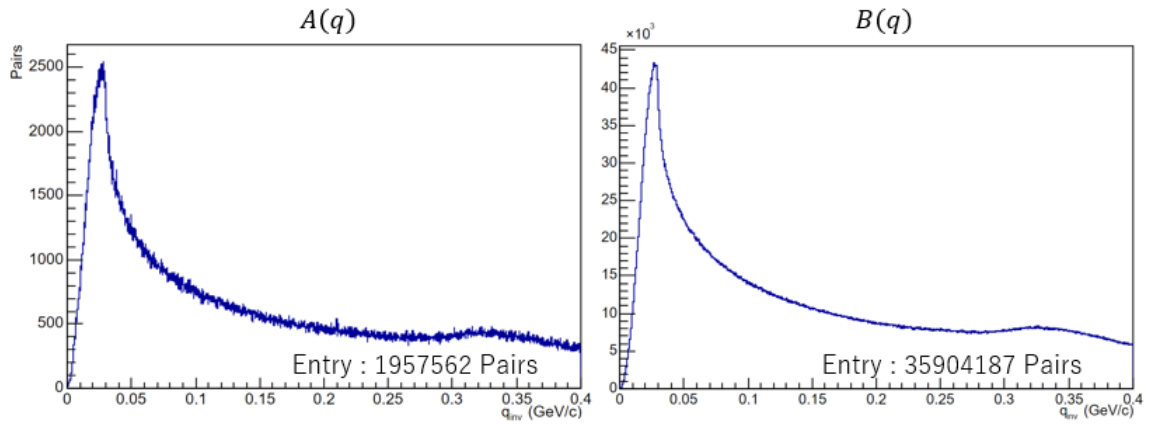


図56 Δq_y を導入した場合の $A(q), B(q)$ (Cent:30~40%)

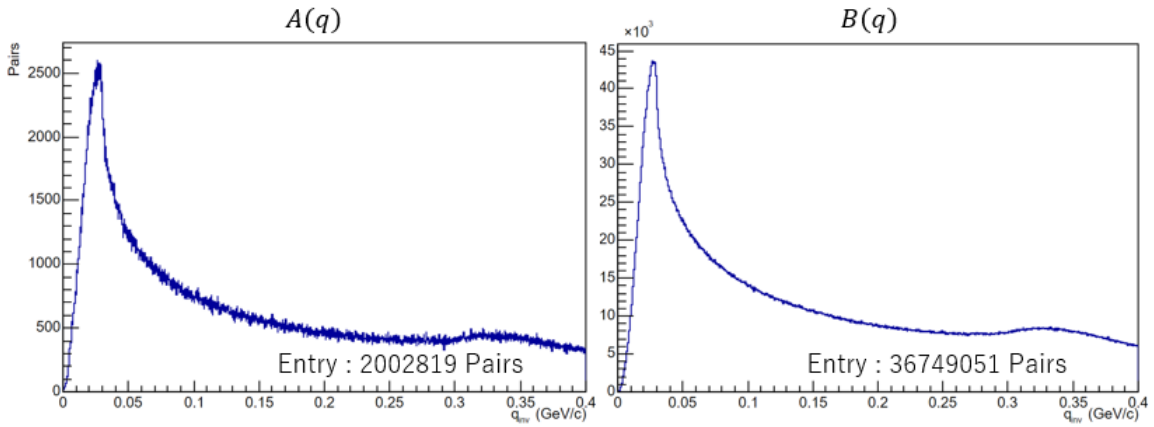


図57 Δq_x を導入した場合の $A(q), B(q)$ (Cent:30~40%)

これらの $A(q), B(q)$ を用いて計算した Centrality 30~40% の $C_2(q)$ が次図である。

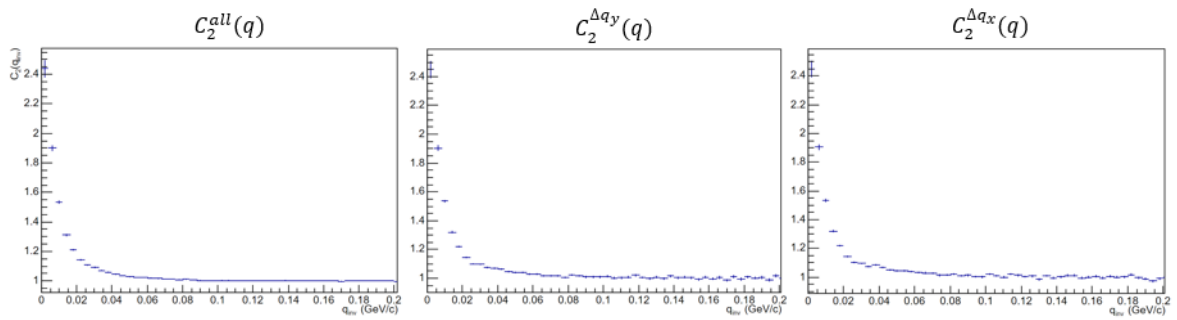


図58 各運動量フィルターでの $C_2(q)$ (Cent:30~40%)

8.8 Centrality ごとの $R_{all}^{\Delta q_y}$ 及び $R_{\Delta q_x}^{\Delta q_y}$ の比較

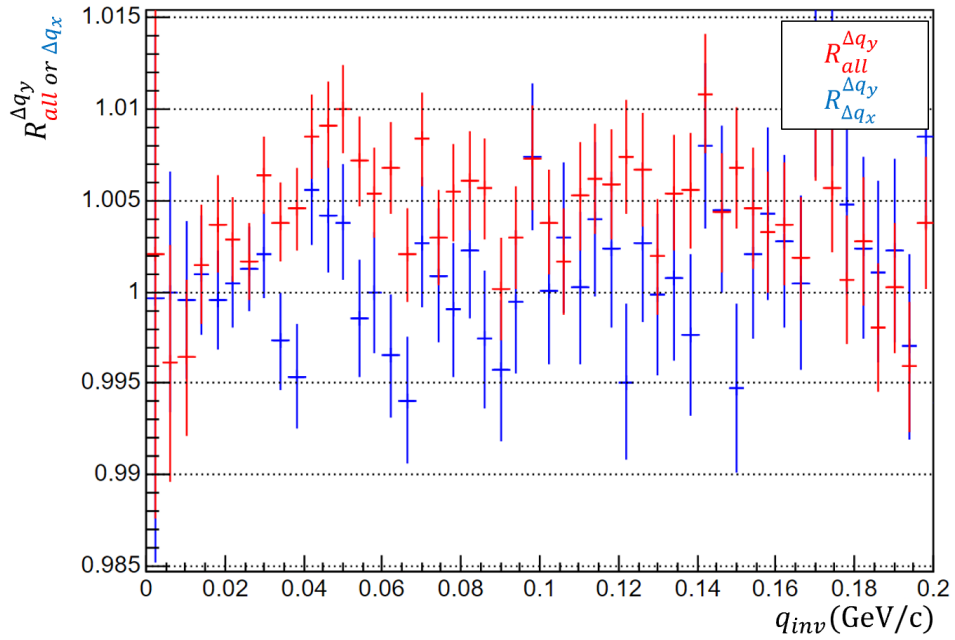


図59 実データでの Δq_x の有無での比較 (Cent:10~20%)

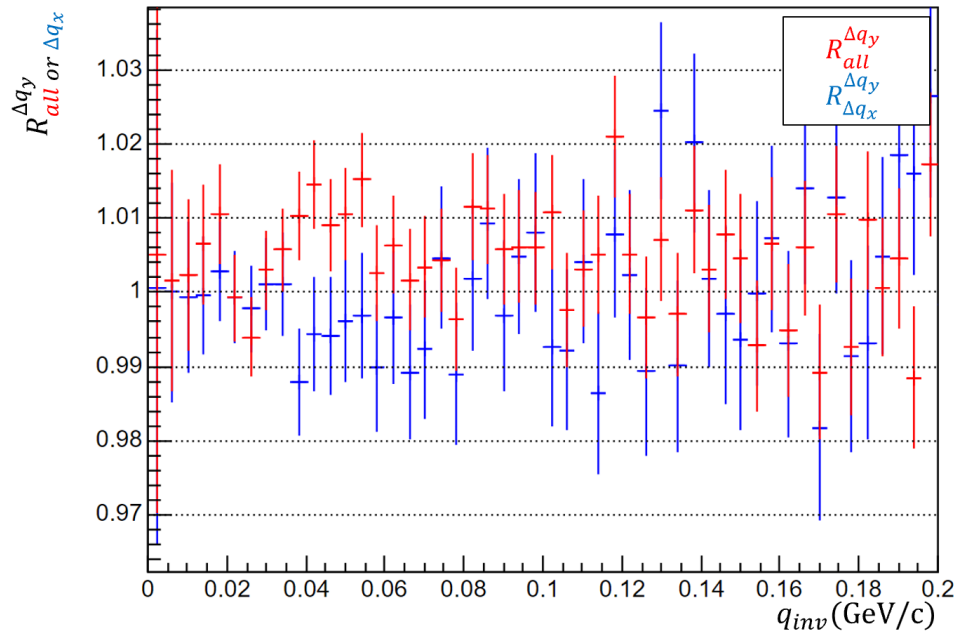


図60 実データでの Δq_x の有無での比較 (Cent:30~40%)

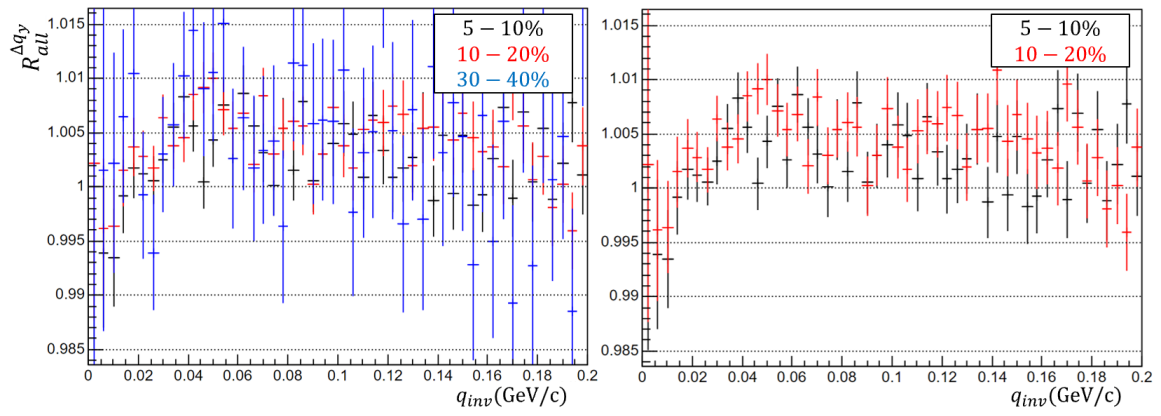


図61 実データでの Centrality ごとの R_{all}^{Aqy} の違い

9 謝辞

この論文を作成および本研究を進めるにあたり多くの方々にお力添えいただきましたこと心より御礼申し上げます。

特に指導教員である志垣賢太教授には、指導教員としてその幅広い知識や経験から多くの助言と、研究会や学会などの参加推進によりたくさんの経験を積ませていただきました。この場を借りて感謝申し上げます。本当にありがとうございました。並びにクォーク物理学研究室スタッフの方々にも感謝申し上げます。様々な視点からのコメントを頂けたことによって思考を深め、研究を進めることができました。ありがとうございました。

研究室の同期や先輩、後輩には研究室での研究及び生活を充実したものに変わっていただきました。特に松谷奏君には大学1年生の時から学内外で仲良くしてもらいました。最初に話したのは偶然でしたが、飲みに行ったり旅行に行ったりなど充実した大学生活になったと思います。ありがとう。博士課程も頑張ってください。また同期のメンバーの勝野永遠君、中村太陽君、和田滯太君にも感謝を申し上げます。みんながいてこそその研究室生活だったと思います。同期みんなで食べたもつ鍋の味は忘れません。先輩である徳本涼香さん及び老田将大さん、栗田峻輔さんにも感謝を申し上げます。徳本さんには実データ解析における環境構築において多大なるご協力をしていただきました。老田さんには解析においてのアドバイスなど時間を割いてしていただきました。お二方とも同室のメンバーとして1年間ありがとうございました。栗田さんとは木村さんと一緒に行った酒蔵巡りが記憶に残っています。研究についての話だけでなくソフトボールや打ちっぱなし、テニスなど一緒にできて楽しかったです。ありがとうございました。

また先行研究にて用いたデータを共有していただいた東京大学の福嶋健二教授、加えて京都大学の日高義将教授、広島大学の井上克也教授には先行研究をもとにした私の研究の学会発表時に時間のない中的確なコメント等をしていただきました。この場を借りて感謝申し上げます。ありがとうございました。

最後に、大学生活の6年間を何不自由なく送らせてくれたのは家族の支援があったからだと思います。心から感謝しています。ありがとうございました。これから少しずつにはなるかもしれませんが恩返ししていきます。

参考文献

- [1] Kenji Fukushima, Yoshimasa Hidaka, Katsuya Inoue, Kenta Shigaki, and Yorito Yamaguchi. Hanbury-brown-twiss signature for clustered substructures probing primordial inhomogeneity in hot and dense QCD matter. *Phys. Rev. C* 109, L051903 -Published 7 May, 2024.
- [2] 永江知文, 永宮正治. 裳華房テキストシリーズ-物理学原子核物理学. 裳華房, 2011.
- [3] Particle Data Group. *Passage of Particles Through Matter*. Prog. Theor. Exp. Phys., 2024.
- [4] WIKIMEDIA COMMONS. File : Standard Modl of Elementary Particles.svg, 2023. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Standard_Model_of_Elementary_Particles.svg.
- [5] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, 1995.
- [6] D. Gross and F. Wilczek. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.*, 30:1343, 1973.
- [7] H. D. Politzer. Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, 30:1346, 1973.
- [8] Kenji Fukushima and Tetsuo Hatsuda. The phase diagram of dense qcd. *Rep. Prog. Phys.*, 74:014001, 2011.
- [9] 日本学術会議. 「高エネルギー重イオン衝突実験によるクォーク・グルーオン・プラズマの相の解」. マスタープラン 2020 計画番号 60 学術領域番号 23-2, pages 275–276, 2020.
- [10] LHC ALICE 実験日本グループ. クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP), 2025. <http://alice-j.org/%e3%82%af%e3%82%a9%e3%83%bc%e3%82%af%e3%83%bb%e3%82%b0%e3%83%ab%e3%83%bc%e3%82%aa%e3%83%b3%e3%83%97%e3%83%a9%e3%82%ba%e3%83%9e-qgp/>.
- [11] Dmitri E. Kharzeev, Karl Landsteiner, Andreas Schmitt, and Ho-Ung Yee. “strongly interacting matter in magnetic fields”: an overview. *Lecture Notes in Physics*, 2013.
- [12] Vladimir A. Miransky and Igor A. Shovkovy. Quantum field theory in a magnetic field: From quantum chromodynamics to graphene and dirac semimetals. *Phys. Rept.*, 576:1–209, 2015.
- [13] D. T. Son and M. A. Stephanov. Axial anomaly and magnetism of nuclear and quark matter. *Phys. Rev. D*, 77:014021, 2008.
- [14] Tomas Brauner and Naoki Yamamoto. Chiral soliton lattice and charged pion condensation in strong magnetic fields. *Journal of High Energy Physics*, 2017(4), April 2017.
- [15] Tomas Brauner and Naoki Yamamoto. Chiral soliton lattice phase in warm qcd. *Phys. Lett. B*, 823:136767, 2021.
- [16] Y. Kousaka, T. Ogura, J. Jiang, K. Mizutani, S. Iwasaki, J. Akimitsu, and Y. Togawa. An emergence of chiral helimagnetism or ferromagnetism governed by cr intercalation in a dichalcogenide crnb3s6. *APL Materials*, 10(9), September 2022.
- [17] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions. *Phys. Rev. C*, 58:1671, 1998.
- [18] R. Hanbury Brown and R.Q. Twiss. Lxxiv. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 45(366):663–682, 1954.

- [19] Gerson Goldhaber, Sulamith Goldhaber, Wonyong Lee, and Abraham Pais. Influence of bose-einstein statistics on the antiproton-proton annihilation process. *Phys. Rev.*, 120:300–312, Oct 1960.
- [20] M. A. Lisa, S. Pratt, R. A. Soltz, and U. A. Wiedemann. Femtoscopy in relativistic heavy ion collisions: Two decades of progress. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 55:357–402, 2005.
- [21] ALICE Collaboration. Two-pion femtoscopy in pb–pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev. *Physical Review C*, 91(3):034906, 2015.
- [22] Akitomo Enokizono. Space-time evolution of hot and dense matter probed by bose-einstein correlation in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV. *Hiroshima University doctoral course thesis*, 2004.
- [23] Matthew Luzum and Hannah Petersen. Initial state fluctuations and final state correlations in relativistic heavy-ion collisions. *J. Phys. G*, 41:063102, 2014.
- [24] Pilar Staig and Edward Shuryak. The fate of the initial state fluctuations in heavy ion collisions. ii the fluctuations and sounds. *Phys. Rev. C*, 84:034908, 2011.
- [25] LHC ALICE 実験日本グループ. LHC 加速器, 2026. <http://alice-j.org/lhc/e5%8a%a0%e9%80%9f%e5%99%a8/>.
- [26] Brookhaven National Laboratory. RHIC Gets Ready to Smash Gold Ions for Run 23, 2026. <https://www.bnl.gov/newsroom/news.php?a=221190>.
- [27] LHC ALICE 実験日本グループ. ALICE 実験 (検出器), 2026. <http://alice-j.org/alice/E5/AE%9F/E9%A8%93/EF%BC%88/E6%A4%9C/E5%87/BA/E5%99%A8/EF%BC%89/>.
- [28] The ALICE collaboration. Performance of the alice vzero system. *Journal of Instrumentation*, 8(10):P10016-P10016, October 2013.
- [29] J. et al. Alme. The alice tpc, a large 3-dimensional tracking device. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 622:316–367, 2010.
- [30] R. E. Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. *Transactions of the ASME- Journal of Basic Engineering*, 82:35, 1960.
- [31] R. Fruhwirth. Application of kalman filtering to track and vertex fitting. *Nucl. Instrum. Meth. A*, 262:444, 1987.
- [32] Weilin Yu. Particle identification of the alice tpc via de/dx. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 706:55–58, 2013. TRDs for the Third Millenium.
- [33] LHCb Collaboration et al. Centrality determination in heavy-ion collisions with the LHCb detector. *Journal of Instrumentation*, 17(5):P05009, 2022.
- [34] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, and P. Steinberg. Glauber modeling in high-energy nuclear collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 57:205–243, 2007.
- [35] ALICE Collaboration. Two-pion bose-einstein correlations in pb-pb collisions at 2.76 tev. *Phys. Lett. B*, 696:328–337, 2011.
- [36] Ulrich Heinz and Raimond Snellings. Collective flow and viscosity in relativistic heavy-ion collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 63:123–151, 2013.
- [37] ALICE Collaboration. Centrality determination of pb-pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV with alice.

- arXiv* : 1301.4361[*nucl - ex*], 2013.
- [38] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, and R. Snellings. Collective phenomena in non-central nuclear collisions. In *Relativistic Heavy Ion Physics*, volume 23 of *Landolt-Boernstein - Group I Elementary Particles, Nuclei and Atoms*. Springer, 2010.
 - [39] A. Bilandzic. Event-plane flow analysis without nonflow effects. *Phys. Rev. C*, 83:014909, 2011.
 - [40] A. M. Poskanzer and S. A. Voloshin. Methods for analyzing anisotropic flow in relativistic nuclear collisions. *Phys. Rev. C*, 58:1671–1678, 1998.
 - [41] ALICE Collaboration. Azimuthal anisotropy of charged jet production in pb-pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev. *Phys. Lett. B*, 753:511–525, 2016. Event-plane resolution values stated in text: $R_2 = 0.47$ (0–5%) and $R_2 = 0.75$ (30–50%).
 - [42] ALICE Collaboration. Pb-Pb data sample at the collision energy of 2.76 TeV per nucleon pair from run number 139438, 2016. <https://opendata.cern.ch/record/1105>.
 - [43] K. Aamodt and others (ALICE Collaboration). Two-pion bose–einstein correlations in central pb–pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev. *Phys. Lett. B*, 696:328–337, 2011.
 - [44] R. Lednicky and V. L. Lyuboshits. Final state interaction effect on pairing correlations between particles with small relative momenta. *Soviet Journal of Nuclear Physics*, 35:770–788, 1982.
 - [45] S. Pratt, T. Csörgő, and J. Zimányi. Detailed predictions for two-pion correlations in ultrarelativistic heavy-ion collisions. *Physical Review C*, 42:2646–2652, 1990.
 - [46] R. Maj and S. Mrówczyński. Coulomb effects in femtoscopy. *Acta Physica Polonica B*, 40:1925–1944, 2009.
 - [47] ALICE Collaboration. Centrality dependence of pion freeze-out radii in pb–pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev. *Physical Review C*, 93(2):024905, 2016.